

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования и науки Республики Ингушетия

Министерство образования и науки Республики Ингушетия

ГБОУ "СОШ-ДС №1 г. Магас"

РАССМОТРЕНО

На заседании МО

Гаракоева Л.Б.

Протокол № 1 от «30» 09
2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Заместитель директора
по УВР

Мержоева Р.А.

Приказ № __ от «__» __
__ г.

УТВЕРЖДЕНО

Директор ГБОУ "СОШ-
ДС № 1 г Магас"

Хашиева Т.А.

Приказ № ____ от «__» __
__ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного предмета «Вероятность и статистика»

для обучающихся 7 классов

Республика Ингушетия, г. Магас

2023-2024

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УЧЕБНОГО КУРСА "ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА"

Рабочая программа по учебному курсу "Вероятность и статистика" для обучающихся 7 классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования с учётом и современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования, которые обеспечивают овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для непрерывного образования и саморазвития, а также целостность общекультурного, личностного и познавательного развития обучающихся. В программе учтены идеи и положения Концепции развития математического образования в Российской Федерации. В эпоху цифровой трансформации всех сфер человеческой деятельности невозможно стать образованным современным человеком без базовой математической подготовки. Уже в школе математика служит опорным предметом для изучения смежных дисциплин, а после школы реальной необходимостью становится непрерывное образование, что требует полноценной базовой общеобразовательной подготовки, в том числе и математической. Это обусловлено тем, что в наши дни растёт число профессий, связанных с непосредственным применением математики: и в сфере экономики, и в бизнесе, и в технологических областях, и даже в гуманитарных сферах. Таким образом, круг школьников, для которых математика может стать значимым предметом, расширяется.

Практическая полезность математики обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры нашего мира: пространственные формы и количественные отношения от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и прикладных идей. Без конкретных математических знаний затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Каждому человеку в своей жизни приходится выполнять расчёты и составлять алгоритмы, находить и применять формулы, владеть практическими приёмами геометрических измерений и построений, читать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм и графиков, жить в условиях неопределённости и понимать вероятностный характер случайных событий.

Одновременно с расширением сфер применения математики в современном обществе всё более важным становится математический стиль мышления, проявляющийся в определённых умственных навыках. В процессе изучения математики в арсенал приёмов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление. Ведущая роль принадлежит математике и в формировании алгоритмической компоненты мышления и воспитании умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач — основой учебной деятельности на уроках математики — развиваются также творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение математике даёт возможность развивать у обучающихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления.

Необходимым компонентом общей культуры в современном толковании является общее знакомство с методами познания действительности, представление о предмете и методах математики, их отличий от методов других естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения научных и прикладных задач. Таким образом, математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека.

Изучение математики также способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм, усвоению идеи симметрии.

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА

В современном цифровом мире вероятность и статистика при обретают всё большую значимость, как с точки зрения практических приложений, так и их роли в образовании, необходимом каждому человеку. Возрастает число профессий, при овладении которыми требуется хорошая базовая подготовка в области вероятности и статистики, такая подготовка важна для продолжения образования и для успешной профессиональной карьеры. Каждый человек постоянно принимает решения на основе имеющихся у него данных. А для обоснованного принятия решения в условиях недостатка или избытка информации необходимо в том числе хорошо сформированное вероятностное и статистическое мышление.

Именно поэтому остро встала необходимость сформировать у обучающихся функциональную грамотность, включающую в себя в качестве неотъемлемой составляющей умение воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных процессов и зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты. Знакомство с основными принципами сбора, анализа и представления данных из различных сфер жизни общества и государства приобщает обучающихся к общественным интересам. Изучение основ комбинаторики развивает навыки организации перебора и подсчёта числа вариантов, в том числе, в прикладных задачах. Знакомство с основами теории графов создаёт математический фундамент для формирования компетенций в области информатики и цифровых технологий. Помимо этого, при изучении статистики и вероятности обогащаются представления учащихся о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления.

В соответствии с данными целями в структуре программы учебного курса «Вероятность и статистика» основной школы выделены следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов».

Содержание линии «Представление данных и описательная статистика» служит основой для формирования навыков работы с информацией: от чтения и интерпретации информации, представленной в таблицах, на диаграммах и графиках до сбора, представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних и рассеивания. Работая с данными, обучающиеся учатся считывать и интерпретировать данные, выдвигать, аргументировать и критиковать простейшие гипотезы, размышлять над факторами, вызывающими изменчивость, и оценивать их влияние на рассматриваемые величины и процессы.

Интуитивное представление о случайной изменчивости, исследование закономерностей и тенденций становится мотивирующей основой для изучения теории вероятностей.

Большое значение здесь имеют практические задания, в частности опыты с классическими вероятностными моделями.

Понятие вероятности вводится как мера правдоподобия случайного события. При изучении курса обучающиеся знакомятся с простейшими методами вычисления вероятностей в случайных экспериментах с равновозможными элементарными исходами, вероятностными законами, позволяющими ставить и решать более сложные задачи. В курс входят начальные представления о случайных величинах и их числовых характеристиках.

Также в рамках этого курса осуществляется знакомство обучающихся с множествами и основными операциями над множествами, рассматриваются примеры применения для решения задач, а также использования в других математических курсах и учебных предметах.

МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

В 7 классе изучается курс «Вероятность и статистика», в который входят разделы: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов». На изучение данного курса отводит 1 учебный час в неделю, всего 34 учебных часа в год.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА "ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА"

Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Заполнение таблиц, чтение и построение диаграмм (столбиковых (столбчатых) и круговых). Чтение графиков реальных процессов. Извлечение информации из диаграмм и таблиц, использование и интерпретация данных.

Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения набора числовых данных. Примеры случайной изменчивости.

Случайный эксперимент (опыт) и случайное событие. Вероятность и частота. Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе. Монета и игральная кость в теории вероятностей.

Граф, вершина, ребро. Степень вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин. Представление о связности графа. Цепи и циклы. Пути в графах. Обход графа (эйлеров путь). Представление об ориентированном графе. Решение задач с помощью графов.

ПЛАНИРУЕМЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Освоение учебного курса «Вероятность и статистика» должно обеспечивать достижение на уровне основного общего образования следующих личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов:

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного предмета «Вероятность и статистика» характеризуются:

Патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах.

Гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и пр.);

готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного.

Трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений;

осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей.

Эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений; умению видеть математические закономерности в искусстве.

Ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации; овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира; овладением простейшими навыками исследовательской деятельности.

Физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия: готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность); сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека.

Экологическое воспитание: ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды; осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения.

Личностные результаты, обеспечивающие адаптацию обучающегося к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

— готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других

людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

— необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее не известных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

— способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты освоения программы учебного курса «Вероятность и статистика» характеризуются овладением *универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.*

1) Универсальные познавательные действия обеспечивают формирование базовых когнитивных процессов, обучающихся (освоение методов познания окружающего мира; применение логических, исследовательских операций, умений работать с информацией).

Базовые логические действия:

— выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями; формулировать определения понятий; устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

— воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие; условные;

— выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

— делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

— разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры; обосновывать собственные рассуждения;

— выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

— использовать вопросы как исследовательский инструмент познания; формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

— проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;

— самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

— прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

2) *Универсальные коммуникативные действия обеспечивают сформированность социальных навыков обучающихся.*

Общение:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения; ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения; сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций; в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Сотрудничество:

- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
- принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы; обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и др.);
- выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды;
- оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

3) *Универсальные регулятивные действия обеспечивают формирование смысловых установок и жизненных навыков личности.*

Самоорганизация:

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;

— оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предметные результаты освоения курса «Вероятность и статистика» в 7 классе характеризуются следующими умениями.

— Читать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах;

— Представлять данные в виде таблиц, строить диаграммы (столбиковые (столбчатые) и круговые) по массивам значений.

— Описывать и интерпретировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках.

— Использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах.

— Иметь представление о случайной изменчивости на примерах цен, физических величин, антропометрических данных; иметь представление о статистической устойчивости.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Дата изучения	Виды деятельности	Виды, формы контроля	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		всего	контрольные работы	практические работы	По плану			
Раздел 1. Представление данных								
1.1.	Представление данных в таблицах.	1	0	0.5		Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления);	Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
1.2.	Практические вычисления по табличным данным.	1	0	0.5		Изучать методы работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
1.3.	Извлечение и интерпретация табличных данных.	1	0	0.5		Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления);	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал

1.4.	Практическая работа «Таблицы».	0.5	0	0.5		Изучать методы работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ;	Практическая работа; Тестирование ;	Презентация Дидактический материал Тест
1.5.	Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм.	1	0	0.5		Изучать методы работы с табличными и графическими представлениями данных с помощью цифровых ресурсов в ходе практических работ;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
1.6.	Чтение и построение диаграмм.	1	0	0.5		Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления);	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
1.7.	Примеры демографических диаграмм.	1	0	0.5		Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления);	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал

1.8.	Практическая работа «Диаграммы»	0.5	0	0.5		Осваивать способы представления статистических данных и числовых массивов с помощью таблиц и диаграмм с использованием актуальных и важных данных (демографические данные, производство промышленной и сельскохозяйственной продукции, общественные и природные явления);	Практическая работа; Тестирование ;	Презентация Дидактический материал Тест	
Итого по разделу		7							
Раздел 2. Описательная статистика									
2.1.	Числовые наборы.	1	0	0.5		Осваивать понятия: числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана; Решать задачи;	Практическая работа;	Презентация Дидактический материал	
2.2.	Среднее арифметическое.	1	0	0.5		Осваивать понятия: числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана; Решать задачи;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал	
2.3.	Медиана числового набора.	1	0	0.5		Осваивать понятия: числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана; Решать задачи;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал	
2.4.	Устойчивость медианы.	1	0	0.5		Осваивать понятия: числовой набор, мера центральной тенденции (мера центра), в том числе среднее арифметическое, медиана; Решать задачи;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал	

2.5.	Практическая работа «Средние значения».	1	0	0.5		Изучать свойства средних, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практических работ;	Практическая работа; Тестирование ;	Презентация Дидактический материал Тест	
2.6.	Наибольшее и наименьшее значения числового набора.	1	0	0.5		Решать задачи; Осваивать понятия: наибольшее и наименьшее значения числового массива, размах;	Устный опрос; Практическая	Презентация Дидактический материал	
2.7.	Размах.	2	1	0.5		Решать задачи на выбор способа описания данных в соответствии с природой данных и целями исследования;	работа; Практическая работа; Тестирование ;	Презентация Дидактический материал Тест	
Итого по разделу		8							
Раздел 3. Случайная изменчивость									
3.1.	Случайная изменчивость (примеры).	1	0	0.5		Осваивать понятия: частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма; Осваивать графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал	
3.2.	Частота значений в массиве данных.	1	0	0.5		Осваивать понятия: частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма; Осваивать графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал	

3.3.	Группировка.	2	0	0.5		Осваивать понятия: частота значений в массиве данных, группировка данных, гистограмма; Осваивать графические представления разных видов случайной изменчивости, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
3.4.	Гистограммы.	1	0	0.5		Строить и анализировать гистограммы, подбирать подходящий шаг группировки;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
3.5.	Практическая работа «Случайная изменчивость»	1	0	0.5		Строить и анализировать гистограммы, подбирать подходящий шаг группировки;	Практическая работа; Тестирование ;	Презентация Дидактический материал Тест
Итого по разделу:		6						
Раздел 4. Введение в теорию графов								
4.1.	Граф, вершина, ребро.	0.25	0	0		Осваивать понятия: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл; Осваивать способы представления задач из курса алгебры, геометрии, теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты,	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
4.2.	Представление задачи с помощью графа.	0.25	0	0		схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на Осваивать понятия: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл; Осваивать способы представления задач из курса алгебры, геометрии,	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал

						теории вероятностей, других предметов с помощью графов (карты,		
4.3.	Степень (валентность) вершины.	0.25	0	0.25		схемы, электрические цепи, функциональные соответствия) на Осваивать понятия: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл; Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
4.4.	Число рёбер и суммарная степень вершин.	0.25	0	0.25		Осваивать понятия: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл; Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
4.5.	Цепь и цикл.	0.5	0	0.25		Осваивать понятия: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл; Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
4.6.	Путь в графе.	0.5	0	0.25		Осваивать понятия: путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал

4.7.	Представление о связности графа.	0.5	0	0.25		Осваивать понятия: граф, вершина графа, ребро графа, степень (валентность вершины), цепь и цикл; Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах;	работа; Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал	
4.8.	Обход графа (эйлеров путь).	0.5	0	0.25		Осваивать понятия: путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф; Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал	
4.9.	Представление об ориентированных графах.	1	0	0.5		Осваивать понятия: путь в графе, эйлеров путь, обход графа, ориентированный граф; Решать задачи на поиск суммы степеней вершин графа, на поиск обхода графа, на поиск путей в ориентированных графах;	Практическая работа; Тестирование ;	Презентация Дидактический материал Тест	
Итого по разделу:		4							
Раздел 5.Вероятность и частота случайного события									
5.1.	Случайный опыт и случайное событие.	0.5	0	0		Осваивать понятия: случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие; Наблюдать и изучать частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы.;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал	

5.2.	Вероятность и частота события.	0.5	0	0		Осваивать понятия: случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие; Изучать роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
5.3.	Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе.	1	0	0.5		Осваивать понятия: случайный опыт и случайное событие, маловероятное и практически достоверное событие; Изучать значимость маловероятных событий в природе и обществе на важных примерах (аварии, несчастные случаи, защита персональной информации, передача данных);	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
5.4.	Монета и игральная кость в теории вероятностей.	1	0	0.5		Изучать роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей; Наблюдать и изучать частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы.;	Устный опрос; Практическая работа;	Презентация Дидактический материал
5.5.	Практическая работа «Частота выпадения орла»	1	0.5	0.5		Изучать роль классических вероятностных моделей (монета, игральная кость) в теории вероятностей;	Практическая работа; Тестирование ;	Презентация Дидактический материал Тест

						Наблюдать и изучать частоту событий в простых экспериментах, в том числе с помощью цифровых ресурсов, в ходе практической работы.;		
Итого по разделу:		4						
Раздел 6. Обобщение, контроль								
6.1.	Представление данных.	1	0	0.5		Повторять изученное и выстраивать систему знаний; Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик;	Практическая работа; Тестирование	Презентация Дидактический материал Тест
6.2.	Описательная статистика.	1	0	0.5		Повторять изученное и выстраивать систему знаний; Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик;	Практическая работа; Тестирование	Презентация Дидактический материал Тест
6.3.	Вероятность случайного события.	3	0.5	1.5		Повторять изученное и выстраивать систему знаний; Решать задачи на представление и описание данных с помощью изученных характеристик; Обсуждать примеры случайных событий, мало вероятных и практически достоверных случайных событий, их роли в природе и жизни человека;	Практическая работа; Тестирование	Презентация Дидактический материал Тест
Итого по разделу:		5						
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	2	16				

Календарно-тематическое планирование

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения	
		всего	контрольные работы	практические работы	По плану	По факту
1.	Представление данных в таблицах.	1	0	0.5	05.09.2022	
2.	Практические вычисления по табличным данным.	1	0	0.5	12.09.2022	
3.	Извлечение и интерпретация табличных данных. Практическая работа «Таблицы».	1	0	0.5	19.09.2022	
4.	Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм.	1	0	0.5	26.09.2022	
5.	Чтение и построение диаграмм.	1	0	0.5	03.10.2022	
6.	Чтение и построение диаграмм.	1	0	0.5	10.10.2022	
7.	Примеры демографических диаграмм. Практическая работа «Диаграммы»	1	0	0.5	17.10.2022	
8.	Числовые наборы.	1	0	0.5	24.10.2022	
9.	Среднее арифметическое.	1	0	0.5	07.11.2022	
10.	Медиана числового набора.	1	0	0.5	14.11.2022	
11.	Устойчивость медианы.	1	0	0.5	21.11.2022	
12.	Практическая работа «Средние значения».	1	0	0.5	28.11.2022	

13.	Наибольшее и наименьшее значения числового набора.	1	0	0.5	05.12.2022	
14.	Размах.	1	0	0.5	12.12.2022	
15.	Полугодовая контрольная работа	1	1	0	19.12.2022	
16.	Случайная изменчивость (примеры).	1	0	0.5	26.12.2022	
17.	Частота значений в массиве данных.	1	0	0.5	09.01.2023	
18.	Группировка.	1	0	0.5	16.01.2023	
19.	Группировка.	1	0	0.5	23.01.2023	
20.	Гистограммы.	1	0	0.5	30.01.2023	
21.	Практическая работа «Случайная изменчивость»	1	0	0.5	06.02.2023	
22.	Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин.	1	0	0.5	13.02.2023	
23.	Цепь и цикл. Путь в графе.	1	0	0.5	20.02.2023	
24.	Представление о связности графа. Обход графа (эйлеров путь).	1	0	0.5	27.02.2023	

25.	Представление об ориентированных графах.	1	0	0.5	06.03.2023	
26.	Случайный опыт и случайное событие. Вероятность и частота события	1	0	0.5	13.03.2023	
27.	Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе	1	0	0.5	20.03.2023	

28.	Монета и игральная кость в теории вероятностей.	1	0	0.5	03.04.2023	
29.	Практическая работа «Частота выпадения орла»	1	1	0	10.04.2023	
30.	Представление данных.	1	0	0.5	17.04.2023	
31.	Описательная статистика.	1	0	0.5	24.04.2023	
32.	Итоговая контрольная работа	1	0	0.5	08.05.2023	
33.	Вероятность случайного события.	1	0	0.5	15.05.2023	
34.	Вероятность случайного события.	1	0	0.5	22.05.2023	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	16		

Поурочные планы

1. Представление данных в таблицах.

Урок №1 Таблицы. Поиск информации в таблицах.

Цели: Познакомиться с таблицами. Ввести правила работы с таблицами. Отработать умение пользоваться таблицами и анализировать данные, собранные в таблицах.

Тип урока: ознакомление с новым материалом.

Ход урока.

I. Оргмомент (приветствие, проверка готовности к уроку, объявление целей и задач урока).

II. Сообщение темы урока.

Таблицы. Поиск информации в таблицах.

III. Работа по теме.

1. Вопрос: Что вы представляете, когда я произношу слово таблица?

Ответ: (дать слово 1-2 учащимся).

Итак, таблица – самый простой способ упорядочить данные. Таблицы используют для хранения информации с двумя характерными признаками. Значение одного признака расписано в заголовках строк, другого - в заголовках столбцов. А в каждую клетку таблицы заносят значение, одновременно обладающее признаками строки и столбца, на пересечении которых оно расположено. Самый простой пример таблицы – таблица умножения. Показать таблицу (см. приложение).

Она представляет собой прямоугольник, расчерченный на клетки. Вертикальные ряды клеток образуют столбцы, горизонтальные - строки. Заголовками строк и столбцов в таблице умножения служат цифры от одного до девяти. Как пользоваться таблицей все знают. Еще всем вам известна таблица спряжения глаголов, таблица квадратов натуральных чисел. Мальчики, увлекающиеся футболом, наверное, неоднократно видели таблицы турниров чемпионатов России по футболу (все перечисленные таблицы см. в приложении).

Вопрос: А какие еще таблицы вы встречали?

Ответ: Дети перечисляют (телепрограмма, расписание приема врача, движения поездов, школьное расписание).

Вопрос: А чем удобна таблица?

Ответ: Тем, что в ней можно хранить большое количество данных. Государственные и коммерческие службы регулярно собирают обширные сведения об обществе и окружающей среде. И все эти данные называются статистическими данными и публикуются в виде таблиц.

2. Работа с учебником. Рассмотрим статистические таблицы.

2.1. Открываем учебник на стр.7. Рассматриваем таблицу №1. С классом производится беседа о том, что указано в вертикальном столбце, что в горизонтальном. Читаем вопрос №2 на стр.6. Далее отвечаем еще на несколько вопросов:

- какое было население Перми в 2006г. (993 тыс. чел.);
- сколько человек проживало в Екатеринбурге в 1979 г. (12310 тыс. чел.);
- в каком городе и в какой год население было 1158 тыс. человек (в Самаре в 2002 году).

2.2. Переходим теперь на стр.8. И рассматриваем таблицу №2 «Производство зерна в России». Выполняем упражнения к таблице №2 на стр.9. Вопросы №7-9.

2.3. Рассматриваем производство электроэнергии, таблица №3. Отвечаем на вопросы №15-18.

Но таблицы позволяют отвечать не только на прямые вопросы сколько человек проживало в таком-то городе или сколько электроэнергии произведено в этом году, но и на ряд других. Например.

- На сколько возросла численность населения с 1979 года к 2006 году в Казани или Москве?
- Возросла или уменьшилась численность населения в Новосибирске в 2006 году по сравнению с 2002 годом?

- Сколько городов России имеет население более 1 миллиона человек в 1979 году или в 2006 году?

Вопрос: Теперь проанализируем два столбика цифр. Данные численности населения за 1979 год и 2002 год. Что интересного заметили?

Ответ: В некоторых городах уменьшение численности населения, а в других нет.

Вопрос: А почему?

Ответ: Кризис 1990 года. Его следствие – снижение рождаемости и отток населения из маленьких городов в более крупные.

IV. Физкультминутка.

Быстро встали, улыбнулись.
Выше – выше потянулись.
Ну-ка, плечи распрямите,
Поднимите, опустите.
Вправо, влево повернитесь,
Рук коленями коснитесь.
Сели, встали. Сели, встали.
И на месте побежали.

V. Поиск информации в таблицах.

Рассмотрим таблицу №4. Расписание движения поездов из Москвы в Санкт-Петербург. Поговорить о поиске информации в данной таблице. Выполнить упражнения №№1, 3, 5, 6.

VI. Подведение итогов урока.

- Что новое узнали на уроке?
- Для чего нужны таблицы?
- Как находить информацию по таблице?
- Какие таблицы вы знаете?

VII. Домашнее задание.

По учебнику стр.7. 1) Омск, Уфа
 2) 1296 тыс. человек
 4) Челябинск
 6) менее
стр.12 №№2,4,7,8,9.

2. Практические вычисления по табличным данным.

Урок №2 Таблицы. Вычисления в таблицах.

Цели: Закрепить правила работы с таблицами и умение анализировать данные, собранные в таблицах. Продолжить работу над развитием грамотной речи. Развивать внимательность и логическое мышление, навыки самостоятельной работы.

Тип урока: комбинированный.

Ход урока.

I. Оргмомент (приветствие, проверка готовности к уроку, объявление целей и задач урока).

II. Устная беседа.

Вопросы на повторение.

Работа с домашним заданием (фронтальный опрос).

Стр. 7.

1. Пользуясь таблицей 1, найдите численность населения:

а) Омска в 2002 году – 1134 тыс. чел.

б) Уфы в 1979 году – 977 тыс. чел.

2. В каком городе население в 1989 году составило 1296 тыс. чел. – в Екатеринбурге.

4. На сколько изменилось население Челябинска в 2006 году по сравнению с 1989 годом – (-14 тыс.чел.)

Число получилось отрицательным.

Вопрос: О чем это говорит?

Ответ: Численность населения уменьшилось.

6. Сколько городов в России в 2002 году имело населения менее 1500 тыс. чел. – 11 городов.

Стр.12

№2.

а) Да, кроме воскресения.

б) 6 поездов.

в) 2, 4, 24, 26, 28, 38, 56, 160.

г) 07:41

№7.

№№20, 30, 38.

№8.

Все кроме Невского экспресса №166.

№9.

№№28, 56.

Вопрос: Почему не подходит №160 и №166?

Ответ: Так как они приходят ночью, а утро начинается в 06:00

III. Самостоятельная работа №1 (5-7 минут).

См. приложение.

IV. Сообщение темы урока.

Таблицы. Вычисление в таблицах.

V. Работа по теме.

Таблицы кроме тех функций, о которых мы говорили на прошлом уроке, оказываются еще очень удобной формой подведения итогов или получения результатов. Например, таблица умножения, в которой с помощью известных данных вычисляют неизвестные данные.

1. Часто встречающийся на практике пример нахождения неизвестных данных – смета расходов.

Смета – документ, представляющий собой расчет (план) предстоящих доходов и расходов на осуществление какой-либо деятельности.

Работа с учебником. Стр.13. Рассмотрим пример составления сметы расходов на покупку спортивного инвентаря для летнего лагеря на сумму 50 тыс. руб. См. таблицы 5 и 6.

Выполнение лабораторной работы (работа в парах). На каждую парту выдается лист с лабораторной работой (см. приложение).

Выполняем задание №1.

Задание №2 (нужную цифру обвести зеленой ручкой).

Задание №4 (таблицу заполнить карандашом).

2. Доли и проценты в таблицах.

Вопрос: Как найти долю или процентное отношение двух величин?

Ответ: меньшую величину делим на большую и умножаем на 100%.

Задание №3.

Сдаем листочки с лабораторной работой (не забудьте подписать фамилии).

IV. Физкультминутка.

Поднимает руки класс – это раз.
Повернулась голова – это два.
Руки вниз, вперед смотри – это три.
Руки в стороны пошире развернули на четыре,
С силой их к плечам прижать – это пять.
Всем ребятам надо сесть – это шесть.

VI. Продолжение работы по теме.

1. Таблица с результатами подсчетов.

Существуют разные способы подсчета. Сейчас мы знаем счет с помощью цифр, но в старину мало кто умел считать больше пяти. Как же они выходили из положения? Первоначально использовались камешки, палочки, узелки. Позднее считали прибегать к записи счета черточками I II III IIII IIII. Или для подсчета использовались конвертики

Рассмотрим по учебнику таблицы 10, 11 и 13.

2. Таблицы с результатами измерений.

Таблицы часто используют для записи результатов однотипных измерений.

Например, мы хотим сравнить вес портфеля с учебниками учащихся 7 класса в разные дни недели или сравнить толщину школьных учебников по разным предметам. Для этого можно составить таблицу, как показано на рисунке 20. Анализируем данные таблицы 12 и делаем вывод, что таблицы удобно применять для записи результатов, наблюдений и измерений.

В тетради выполняем задание №9 на стр.24.

VI. Подведение итогов урока.

- Что новое узнали на уроке?
- Для чего нужны сметы?
- Как найти доли процентов по таблице?
- Сколько нужно конвертиков, чтобы записать число 74?

VII. Домашнее задание.

Закончить упражнение №9 на стр.24, №1 стр.21.

Творческое задание на дополнительную оценку – составить смету расходов своего дня рождения, если к вам в гости придут 6 человек.

3. Извлечение и интерпретация табличных данных. Практическая работа «Таблицы».

Самостоятельная работа №1 по теме: «Таблицы. Поиск информации в таблицах».

Расписание автобусов Москва – Владимир (таблица 1)

№ маршрута	Отправление	Прибытие	Дни отправления	Время в пути
------------	-------------	----------	-----------------	--------------

	Центральный автовокзал Москва	Автовокзал Владимир		
1	06:35	09:55	сб	3:20
2	07:45	11:20	ежедневно	
3	11:50	15:20	пн	3:30
4	19:45	23:20	пн, вт, ср, пт	
5	20:30	00:10	ежедневно	3:40

Другие автобусы, следующие по маршруту Москва – Владимир (таблица 2)

№ маршрута	Пункт отправления	Отправление	Дни отправления	Пункт прибытия
П1	Автовокзал Санкт-Петербург 08:10	Центральный автовокзал Москва 19:10	чт	Автовокзал Йошкар-Ола 09:40
П2	Автовокзал Санкт-Петербург 08:10	Центральный автовокзал Москва 19:10	пн, вт, ср, пт, сб, вс	Автовокзал Чебоксары 08:10
6	Станция Теплый стан Москва 18:15	Станция Теплый стан Москва 18:15	ежедневно	Автовокзал Йошкар-Ола 07:45

Задание. 1 вариант.

Пользуясь таблицами 1 и 2, ответьте на вопросы:

1. Каждый ли день можно доехать до Владимира маршрутом №4?
2. Определите сколько времени был в пути автобус маршрута №2?
3. Можно ли определить по таблицам в какое время автобус маршрута №П1 прибудет во Владимир?
4. Какие маршруты автобусов приходят во Владимир после четырех часов дня?
5. Успеют ли школьники на автобус, отправляющийся в 06:35, если метро начинает работать с 05:30, а им от школы до автовокзала сначала ехать 15 минут на автобусе, затем 40 минут на метро и потом 10 минут пешком? Билеты на автобус необходимо приобрести непосредственно перед его отправлением.
6. На каком маршруте автобуса можно доехать во Владимир в пятницу?
7. Какие маршруты автобусов приходят во Владимир до полудня?

Задание. 2 вариант.

Пользуясь таблицами 1 и 2, ответьте на вопросы:

1. Каждый ли день можно доехать до Владимира маршрутом №П2?
2. Определите сколько времени был в пути автобус маршрута №4?
3. Можно ли определить по таблицам в какое время автобус маршрута №6 прибудет во Владимир?
4. Какие маршруты автобусов приходят во Владимир до четырех часов дня?
5. Успеют ли школьники на автобус, отправляющийся в 06:35, если метро начинает работать с 05:30, а им от школы до автовокзала сначала ехать 15 минут на автобусе, затем 40 минут на метро и потом 5 минут пешком? Билеты на автобус уже куплены.
6. На каком маршруте автобуса можно доехать во Владимир во вторник?
7. Какие маршруты автобусов приходят во Владимир на следующий день?

4. Графическое представление данных в виде круговых, столбиковых (столбчатых) диаграмм.

Цель урока –ознакомить учащихся с представлением информации на столбиковых диаграммах и развивать умения строить столбиковые диаграммы по имеющимся данным. Научить понимать, что диаграммы, в отличие таблиц, дают наглядное представление о соотношении величин, динамике процесса. Научить извлекать из уже построенных диаграмм информацию, понимать какой информации на диаграмме нет.

1. Организационный момент
2. Анализ практической работы по таблицам.

3. Новый материал. Чтение диаграмм

Таблицы, как мы видим, удобны для упорядочивания и поиска данных. Однако они не дают наглядного представления о соотношении величин. Для этого используют , круговые, картограммы, диаграммы рассеивания, демографические пирамиды и многие другие виды.

Диаграммы используются для наглядного изображения и быстрого сопоставления данных. Одна из задач статистики – поиск способа, как лучше представить данные. Если важны точные значения, лучше использовать таблицы. Если нужно наглядно сопоставить данные, то удобны диаграммы. Представление данных подходящим и правильным образом иногда позволяет заметить закономерности, которые не видны с первого взгляда.

Учащиеся к седьмому классу уже знакомы с видом диаграмм и их построением.

На уроке алгебры мы говорили о том, как найти процент от числа . И в одной из задач рассмотрели круговую диаграмму (№ 70 учебник Алгебра 7 класс под редакцией Г.В.Дорофеева , 2017) . Рассмотрим похожую задачу:

1. Данные о составе осенних посадок представлены на диаграмме (рис. 4). Всего посажено 200 саженцев. Используя диаграмму, ответьте на вопросы:

- 1) Какой процент посадок составляют берёзы?
- 2) Сколько посажено берёз?
- 3) Деревьев какой породы меньше других?
- 4) Какой процент посадок составляют хвойные деревья?
- 5) Сколько посажено хвойных деревьев?



Рис. 4

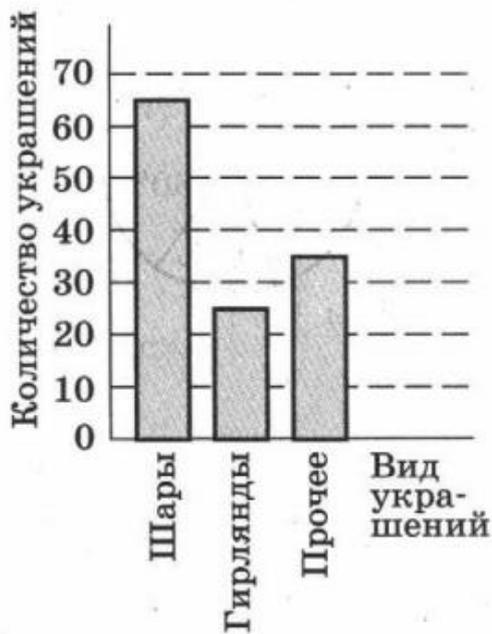


Рис. 1

1. Для подшефного детского сада школьники шестых классов решили собрать к празднику ёлочные украшения. Петя вёл учёт собранных украшений, распределяя их по видам (шары, гирлянды и пр.). По полученным данным ребята построили столбчатую диаграмму (рис. 1).

Ответьте на вопросы:

1) Какой вид украшений преобладал?

2) Сколько всего собрано ёлочных украшений?

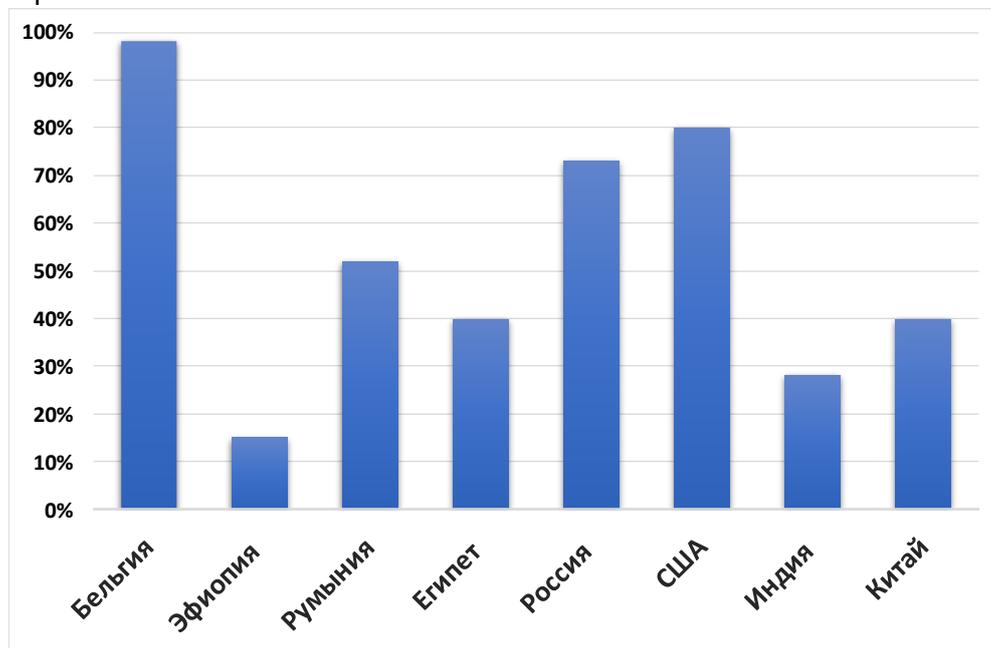
3) Какую часть всех украшений составляют гирлянды?

Задайте свои вопросы.

Вы, ребята, уже имеете представление о простейших диаграммах: как принято вводить оси, что такое цена деления и т. п. Напомним способ их построения. Начертим горизонтальную и вертикальную линии. Выберем соответствующий данным задачи масштаб (цену деления).

Столбиковые диаграммы. Как правило, столбиковая диаграммы используются тогда, когда надо сопоставить данные.

Пример 1. На столбиковой диаграмме представлены данные о доле городского населения в некоторых странах мира в 2005 году. Страны на горизонтальной оси упорядочены по возрастанию общего населения страны.



Вопросы:

- В какой стране наибольшая (наименьшая) доля городского населения?
- Во сколько раз доля городского населения США превышает аналогичный показатель в Китае?
- В какой стране городское население составляет около половины всех граждан?
- Можно ли сказать, что в Египте и Китае численность городского населения одинакова? Можно ли по данной диаграмме сравнить численности городского населения этих стран?
- Можно ли сравнить численность городского населения России и США? А Румынии и Египта?

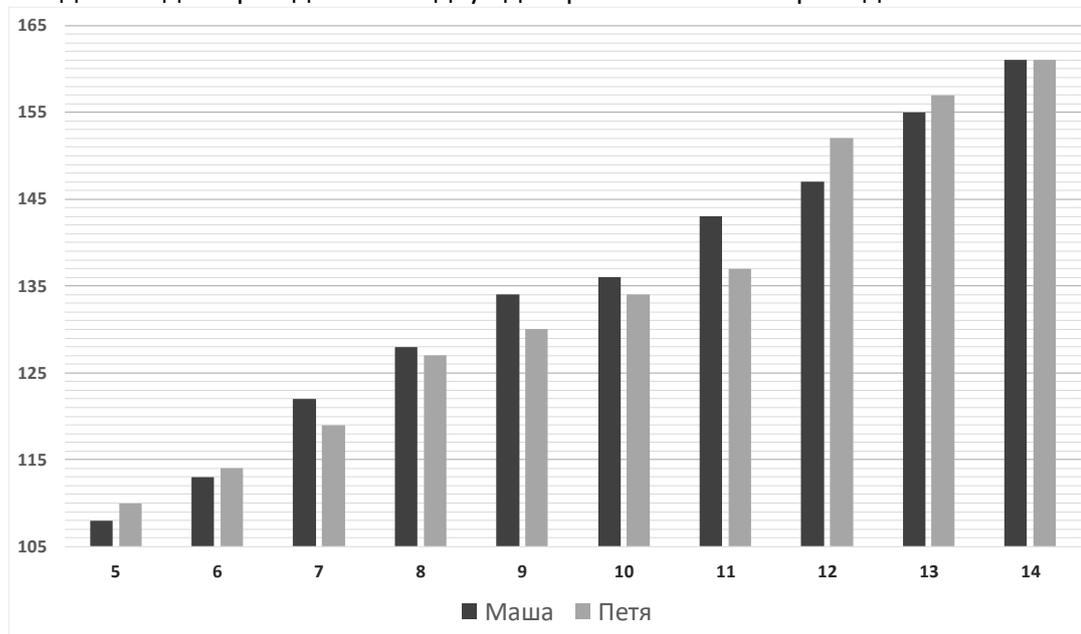
Из диаграммы ясно, что и в Китае, и в Египте доля городского населения составляет 40%. Но это не значит, что численности горожан равны. Тем не менее, зная, что в Китае проживает гораздо больше людей, чем в Египте, можно с уверенностью сказать, что в городах Китая проживает больше людей, чем в городах Египта.

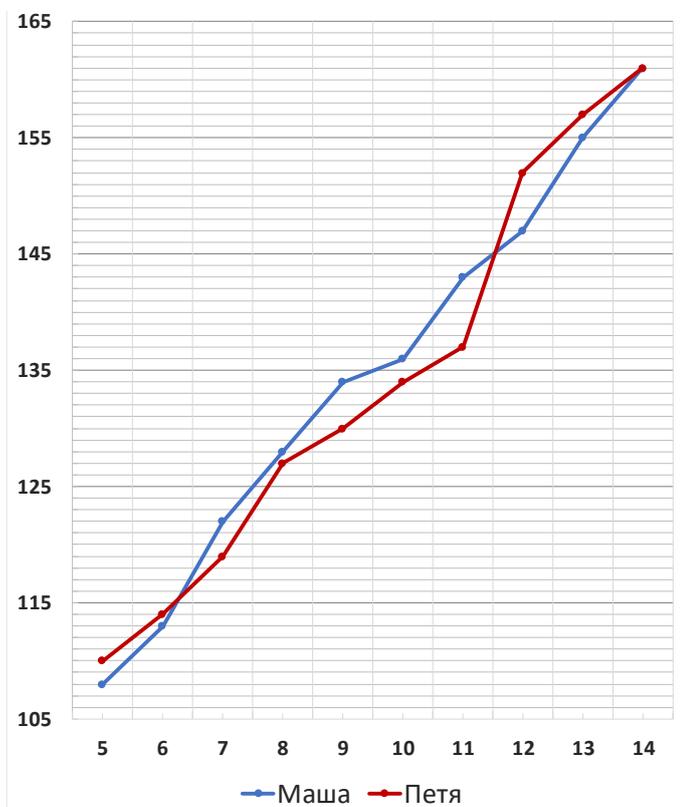
Сравнить численность городского населения России и США можно. В России общая численность населения ниже, и процент городского населения ниже, чем в США. Это дает нам возможность понять, что в Российских городах живет меньше людей, чем в городах США. А вот численность горожан Румынии и Египта сравнить на основе данных диаграммы трудно. В Румынии численность населения ниже, чем в Египте, а доля городского населения – выше. Для решения данного вопроса необходимо знать численность населения обеих стран.

Предложите ученикам ответить на этот вопрос, сообщив им, 2005 году в Румынии проживало 22,3 млн.чел., а в Египте – 78,9 млн.чел..

Иногда вместо столбиков на диаграммах **используют точки**, которые для наглядности соединяются отрезками. В результате получается ломаная линия. Особенно это удобно, если рядов данных два или больше.

Пример 2. В семье два ребенка: двойняшки Маша и Петя. Родители, начиная с 5 лет, измеряли их рост в каждый их день рождения. На двух диаграммах показан рост детей за 10 лет измерений.





Вопросы:

- На сколько вырос каждый за эти 10 лет?
- За какой год жизни сильнее всего вырос Петя?
- За какой год жизни меньше всего выросла Маша?
- В какой день рождения разница в росте Маши и Пети была максимальной? Можно ли сказать, что эта разница никогда за эти 10 лет не была больше?
- Можно ли определить по диаграмме сколько раз за представленный период ребята оказывались одинакового роста?
- По какой из диаграмм удобнее работать на ваш взгляд?

Обращаем внимание учеников на характер данных. Рост ребёнка – величина возрастающая. Поэтому для ответа на первый вопрос не нужно анализировать всю диаграмму, а достаточно посмотреть на первые и последние результаты измерений.

Динамику роста удобнее определять по точечной диаграмме. Петя сильнее всего вырос после 11-го дня рождения – на 12-м году жизни – этому периоду соответствует самый длинный отрезок его ломаной роста.

Максимальную разницу в росте удобнее находить по столбиковой диаграмме: невооруженным взглядом видно, что в 11 лет разница была максимальной. Маша была выше Пети на 6 сантиметров. По точечной диаграмме сразу не видно в 11 или в 12 лет это произошло – требуется дополнительный подсчет делений для ответа на вопрос. А вот сказать, что Маша никогда не была выше Пети более чем на 6 см, нельзя так как на диаграмме не виден полный график роста ребят в течение года.

Судя по точечной диаграмме, ребят три раза за 10 лет оказывались одного роста. В силу возрастания и непрерывности роста можно сказать только то, что минимум три раза в течение 10 лет ребята были одинакового роста. Но определить точно, когда и сколько раз это происходило, по диаграмме нельзя.

Точечную диаграмму используют, когда в одной системе координат нужно построить сложную диаграмму из нескольких рядов данных: столбики разных рядов могут мешать друг другу, а точки – нет.

Круговые диаграммы. Это диаграммы, показывающие, как целое делится на части в виде секторов круга, углы которых пропорциональны долям единого целого. Чтобы построить круговую диаграмму на

бумаге, нужны линейка, циркуль и транспортир. Чтобы раскрасить секторы, полезно иметь цветные карандаши или фломастеры. Нет необходимости строить углы очень точно.

Главные достоинства круговой диаграммы – наглядность восприятия и быстрота построения. Для точного представления и анализа данных диаграммы не годятся.

Целое делится на несколько частей, поэтому диаграмма состоит из нескольких секторов. Угол каждого сектора приблизительно пропорционален части, которую он показывает.

Диаграмма 14. Содержание питательных веществ



* К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

Пример 3. В течение четверти Ваня получил следующие отметки: по английскому языку - 4,5,5,4,6,5,4,4,3,5,5,5; по математике – 4,3,5,5,4,5,5,4.

а) постройте круговые диаграммы распределения отметок по каждому из этих предметов. Сравните диаграммы.

б) можно ли утверждать, что Ваня примерно одинаково учится по этим предметам?

Выводы. Диаграммы удобны для быстрого визуального сравнения данных. Столбиковые диаграммы часто используют для сравнения одинаковых величин в разных странах, городах, и т.п. Часто столбиковые диаграммы показывают изменение величины во времени. Но при этом часть информации теряется.

Задание на дом: п.7, № 60,64,65

5. Чтение и построение диаграмм.

Цели урока:

- ✓ систематизировать и обобщить сведения, полученные учащимися в 6 классе по теме «Круговые диаграммы»
- ✓ расширить представления учащихся о круговых диаграммах;
- ✓ закрепить навыки построения круговых диаграмм;
- ✓ развить познавательный интерес учащихся, наблюдательность.

План урока

I. Проверка выполнения домашнего задания



Диаграмма, показывающая, как целое делится на части в виде секторов круга, углы которых пропорциональны долям единого целого, называется **круговой диаграммой**.

Чтобы построить круговую диаграмму на бумаге, необходимы линейка, циркуль и транспортир. Чтобы закрасить разные секторы в разные цвета, полезно иметь цветные карандаши.

Целое делиться на несколько частей, поэтому диаграмма состоит из нескольких секторов. Угол каждого сектора приблизительно пропорционален той доле, которую он показывает. Иногда встречаются неудачные диаграммы (рис.3 на стр.23 учебника): а) слишком много данных, б) слишком мало данных, в) доли почти одинаковые и не указано название долей.

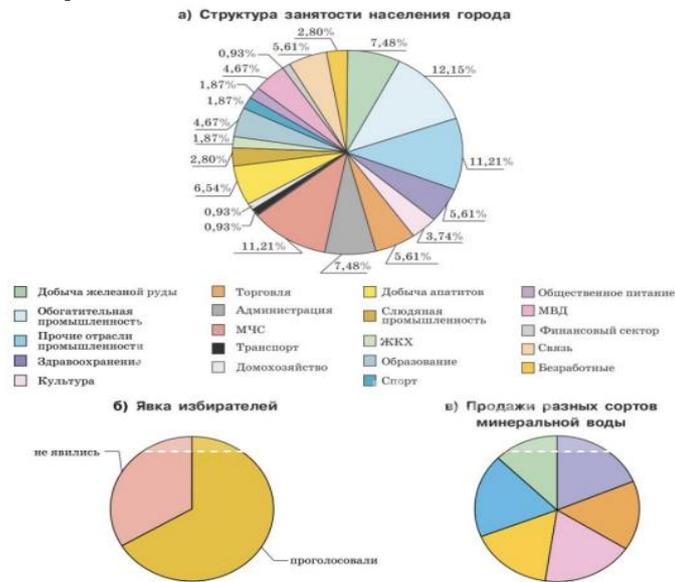


Рисунок 3. Примеры неудачных круговых диаграмм

Рассмотрим примеры построение круговых диаграмм.

Работа с учебником (п. 5 учебника на стр.24):

ПРИМЕР. В таблице 19 даны сведения о всех океанах Земли.

Постройте круговую диаграмму, показывающую долю каждого океана в общей площади поверхности всех океанов Земли.

Таблица 19. Океаны

Океан	Площадь поверхности, млн км ²	Объём воды, млн км ³	Средняя глубина, м
Атлантический	91,6	329,7	3597
Индийский	73,6	292,1	3890
Северный Ледовитый	14,8	18,1	1225
Тихий	169,2	710,4	3976
Южный	20,3	72,4	3270

Решение. Вычислим общую площадь поверхности всех океанов:

$$91,6 + 73,6 + 14,8 + 169,2 + 20,3 = 369,5 \text{ (млн км}^2\text{)}.$$

Найдём долю каждого океана. Доля Атлантического океана равна

$$91,6 : 369,5 \approx 0,248,$$

то есть примерно 24,8%. Следовательно, сектор, соответствующий Атлантическому океану, имеет угол $360^\circ \cdot 0,248 \approx 89,3^\circ$. Аналогично вычислим доли и углы секторов для остальных четырёх океанов. Результаты для удобства занесём в таблицу 20.

Таблица 20. Площади поверхности океанов

Океан	Площадь поверхности, млн км ²	Доля в общей площади поверхности, %	Угол сектора на диаграмме, градусы
Атлантический	91,6	24,8	89,3
Индийский	73,6	19,9	71,7
Северный Ледовитый	14,8	4,0	14,4
Тихий	169,2	45,8	164,8
Южный	20,3	5,5	19,8

При построении диаграммы округлим углы до целого числа градусов или даже до углов, кратных 5° . Не забудем раскрасить секторы и добавить легенду, которая упрощает чтение и понимание диаграммы.

Видно, что Тихий океан занимает около половины, а Атлантический — примерно четверть площади всего Мирового океана (диагр. 9).

Диаграмма 9. Площади поверхности океанов



Столбиковые диаграммы удобны, когда нужно показать, как одна и та же величина меняется со временем, или когда нужно сравнить разные (но сравнимые) величины.

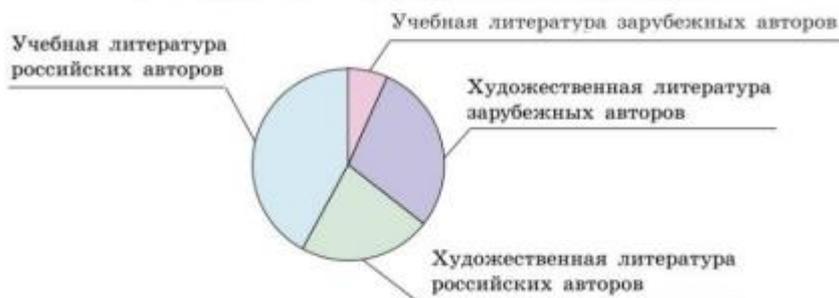
Круговая диаграмма нужна для других целей — она показывает, как единое целое делится на части.

III. Закрепление изученного материала

Задание 1 (№30).

30 На диаграмме 10 показаны данные о числе учебных и художественных книг русских и зарубежных авторов в школьной библиотеке. Сколько примерно учебных книг в библиотеке, если всего в библиотеке 800 книг?

Диаграмма 10. Школьный библиотечный фонд



Задание 2 (№34)

34 Рассмотрите диаграмму 9. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Площадь поверхности Тихого океана намного превышает площади четырёх остальных океанов, вместе взятых.
- 2) Атлантический океан составляет примерно четверть Мирового океана по площади водной поверхности.
- 3) Индийский океан превышает Атлантический по площади водной поверхности.
- 4) Северный Ледовитый океан — самый маленький океан по площади водной поверхности.

Задание 3 (№36)

36 В течение четверти Ваня получил следующие оценки: по английскому языку — 4, 5, 5, 4, 3, 5, 4, 4, 3, 5, 5, 5; по математике — 4, 3, 5, 5, 4, 5, 5, 4.

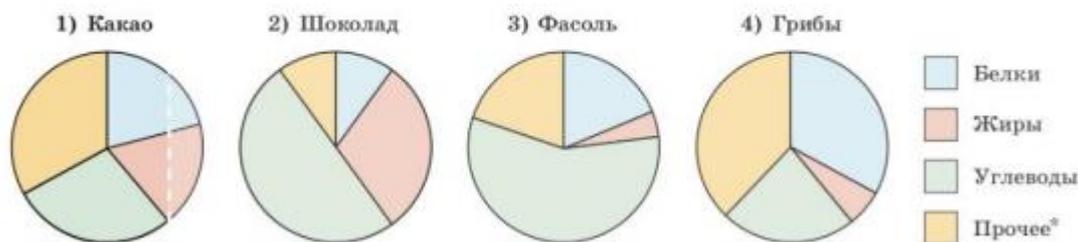
- а) Постройте круговые диаграммы распределения оценок по каждому из предметов. Сравните диаграммы.
- б) Можно ли утверждать, что Ваня примерно одинаково учится по этим предметам?

IV. Домашнее задание

1. Прочитать теоретический материал п.5 учебника на стр.22-25
2. Выполнить упражнения №31, 33,

31 На диаграмме 11 показано содержание питательных веществ в четырёх разных продуктах. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание белков превышает 25%.

Диаграмма 11. Содержание питательных веществ



* К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

33 Пользуясь данными из таблицы 19, постройте круговую диаграмму, показывающую соотношение объёмов воды в пяти океанах Земли.

Таблица 19. Океаны

Океан	Площадь поверхности, млн км ²	Объём воды, млн км ³	Средняя глубина, м
Атлантический	91,6	329,7	3597
Индийский	73,6	292,1	3890
Северный Ледовитый	14,8	18,1	1225
Тихий	169,2	710,4	3976
Южный	20,3	72,4	3270

6. Чтение и построение диаграмм.

Четыре друга в складчину покупают круглую пиццу за 360 р. Иван внёс 50 р., Алексей — 80 р., Юрий — 100 р. и Пётр — 130 р. Построим круговую диаграмму, показывающую долю каждого (диагр. 8) (пиццу они, конечно, поделят потом поровну). Пицца стоит 360 р., поэтому каждому рублю соответствует сектор с углом 1° .

Если бы друзья делили пиццу не поровну, а пропорционально своим долям в общей сумме, то Ивану достался бы сектор пиццы с углом 50° , Алексею — сектор с углом 80° и т. д.

Деление круга на секторы, пропорциональные частям целого, настолько наглядно, что его используют в самых разных случаях. Полученная таким образом схема называется **круговой диаграммой**. В английском языке используется слово *pie chart* (пай чарт), что дословно означает «схема пирога», или «пироговая диаграмма».

Диагр.на презент.

Чтобы построить круговую диаграмму на бумаге, нужны линейка, циркуль и транспортир. Чтобы раскрасить секторы, полезно иметь цветные карандаши или фломастеры. Нет необходимости строить углы очень точно. На рисунке 2 показаны две круговые диаграммы. На одной из них малый сектор имеет угол ровно 47° , а на другой угол равен 48° . Попробуйте определить, где какая диаграмма.



При построении круговой диаграммы не нужно откладывать углы с большой точностью. Небольшая погрешность не мешает правильно воспринимать диаграмму. Главные достоинства круговой диаграммы — наглядность восприятия и быстрота построения.

Для точного представления и анализа данных диаграммы не подходят, для этого нужны таблицы.

Целое делится на несколько частей, поэтому диаграмма состоит из нескольких секторов. Угол каждого сектора приближённо пропорционален той доле, которую он показывает.

Иногда встречаются неудачные диаграммы. На представленной на рисунке 3, а диаграмме «Структура занятости населения города» слишком много секторов. Диаграмма плохо читается, сравнивать доли неудобно. Лучше объединять близкие отрасли в одну. Например, можно объединить категории «Торговля» и «Общественное питание».

На рисунке 3, б показано деление целого на две части. Проще сказать: «Примерно треть избирателей не явилась на участок». На рисунке 3, в изображена диаграмма, где все шесть долей примерно одинаковы. Лучше было бы написать: «Все шесть сортов минеральной воды пользуются примерно одинаковым спросом».

Диагр. 3.а на през.

Диагр. 3.б, в на презент.

ПРИМЕР. В таблице 19 даны сведения о всех океанах Земли.

Постройте круговую диаграмму, показывающую долю каждого океана в общей площади поверхности всех океанов Земли.

Табл.19 на през.

Решение. Вычислим общую площадь поверхности всех океанов:

$$91,6 + 73,6 + 14,8 + 169,2 + 20,3 = 369,5 \text{ (млн км}^2\text{)}.$$

Найдём долю каждого океана. Доля Атлантического океана равна

$$91,6 : 369,5 \approx 0,248,$$

то есть примерно 24,8%. Следовательно, сектор, соответствующий Атлантическому океану, имеет угол $360^\circ \cdot 0,248 \approx 89,3^\circ$. Аналогично вычислим доли и углы секторов для остальных четырёх океанов. Результаты для удобства занесём в таблицу 20.

Табл.20 на през.

При построении диаграммы округлим углы до целого числа градусов или даже до углов, кратных 5° . Не забудем раскрасить секторы и добавить легенду, которая упрощает чтение и понимание диаграммы.

Видно, что Тихий океан занимает около половины, а Атлантический — примерно четверть площади всего Мирового океана (диагр. 9).

Столбиковые диаграммы удобны, когда нужно показать, как одна и та же величина меняется со временем, или когда нужно сравнить разные (но сравнимые) величины.

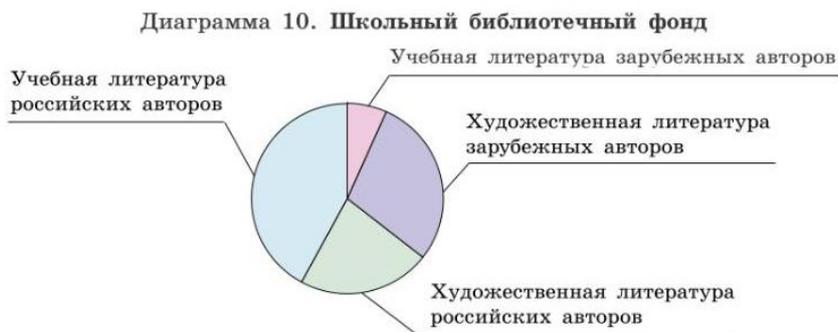
Круговая диаграмма нужна для других целей — она показывает, как единое целое делится на части.

Вопросы

- 1 Почему не требуется строить секторы круговой диаграммы очень точно?
- 2 В таблице 19 даны средние глубины пяти океанов. Имеет ли смысл использовать круговую диаграмму для графического изображения этих данных о глубинах?
- 3 В таблице 19 есть данные об объёме водных запасов в каждом из пяти океанов. Имеет ли смысл использовать круговую диаграмму для графического изображения этих данных об объёмах воды?
- 4 Имеет ли смысл использовать круговую диаграмму для изображения долей мальчиков и девочек в вашем классе?
- 5 Попробуйте сформулировать общее правило о том, когда лучше строить столбиковую диаграмму, а когда — круговую.

Задачи

- 30** На диаграмме 10 показаны данные о числе учебных и художественных книг русских и зарубежных авторов в школьной библиотеке. Сколько примерно учебных книг в библиотеке, если всего в библиотеке 800 книг?



- 33** Пользуясь данными из таблицы 19, постройте круговую диаграмму, показывающую соотношение объёмов воды в пяти океанах Земли.
- 34** Рассмотрите диаграмму 9. Какие из следующих утверждений верны?
- 1) Площадь поверхности Тихого океана намного превышает площади четырёх остальных океанов, вместе взятых.
 - 2) Атлантический океан составляет примерно четверть Мирового океана по площади водной поверхности.
 - 3) Индийский океан превышает Атлантический по площади водной поверхности.
 - 4) Северный Ледовитый океан — самый маленький океан по площади водной поверхности.

- 35 В одной из школ опросили 30 учеников и учителей о домашних животных, живущих в их семьях (из одной семьи опрашивали только одного человека). Результаты опроса занесены в таблицу 21.

Таблица 21. Домашние животные

Кошка	Собака	Птица	Рыбка	Другие	Нет
18	10	5	2	7	6

- а) Суммарное число животных больше, чем число опрошенных семей. Чем это можно объяснить?
- б)* Предположим, что в каждой семье есть животные не более чем двух видов. Пользуясь таблицей 21, найдите число семей, где ровно один вид животных. Постройте круговую диаграмму, показывающую доли семей: без домашних животных; с одним видом животных; с двумя видами.
- 36 В течение четверти Ваня получил следующие оценки: по английскому языку — 4, 5, 5, 4, 3, 5, 4, 4, 3, 5, 5, 5; по математике — 4, 3, 5, 5, 4, 5, 5, 4.
- а) Постройте круговые диаграммы распределения оценок по каждому из предметов. Сравните диаграммы.
- б) Можно ли утверждать, что Ваня примерно одинаково учится по этим предметам?

У № 7. Примеры демографических диаграмм. Практическая работа «Диаграммы».

В демографии — статистической науке о населении — применяются **возрастно-половые диаграммы (половозрастные пирамиды)**. Эти диаграммы показывают количество мужчин и женщин в каждом возрастном интервале. Состоит такая диаграмма из двух столбиковых диаграмм. Столбики строятся горизонтально по разные стороны от общей оси.

По форме половозрастной пирамиды можно судить о том, какой след оставили войны и другие социальные потрясения, и о том, как реализуется в стране демографическая политика.

ПРИМЕР 1. На диаграмме 13 изображена половозрастная пирамида России на 1 января 2021 г. Сколько процентов составляет население в возрасте 20—24 лет?

На пирамиде находим соответствующий «слой». Видно, что мужчины в возрасте 20—24 лет составляют 2,3%, а женщины того же возраста — 2,2% всего населения России.

Зная численность населения России (146,2 млн чел. на 1 января 2021 г.), можно оценить количество россиян в возрасте от 20 до 24 лет:

$$146,2 \cdot (0,023 + 0,022) \approx 6,58 \text{ млн чел.}$$

¹ Метеорология — наука об атмосферных явлениях.

ПРИМЕР 2. Чем можно объяснить сужение пирамиды в возрастном диапазоне 45—59 лет?

Чтобы ответить на этот вопрос, нужно вспомнить историю нашей страны. В 1941 г. началась Великая Отечественная война, которая продлилась почти четыре года и стоила нашей стране множества жизней¹. На фронтах погибло очень много молодых людей, и у них не родились дети. Кроме того, в годы войны резко снизилась рождаемость. Поэтому на пирамиде видно резкое сужение в слоях 70—79 лет. Следующее поколение тоже оказалось малочисленным: мало родителей — мало детей. Слои 45—59 лет на демографической пирамиде России — это «эхо войны».

Есть и второе «эхо войны» — внуки военного поколения. «Второе эхо» наложилось на период распада СССР и последующие кризисные годы. Рождаемость снова резко снизилась. Поэтому на пирамиде мы видим ещё одно сужение: россиян в возрасте 15—29 лет намного меньше, чем могло бы быть.

Войны и экономические кризисы сказываются на населении любой страны длительное время.

Вопросы

- 1 Как называется специальная демографическая диаграмма, показывающая численность мужского и женского населения?
- 2 За счёт чего может увеличиваться или уменьшаться численность трудоспособного населения в стране помимо войн?

Задачи

37 Выделяют три основных типа воспроизводства и возрастной структуры населения.

Прогрессивный тип характеризуется высокой долей детей в населении страны, высокой рождаемостью и низкой средней продолжительностью жизни. Такой тип характерен для большинства слаборазвитых стран.

Стационарный тип характеризуется почти уравновешенной долей детских и старших возрастных групп, невысокой стабильной рождаемостью. Такой тип чаще всего встречается в странах с развивающейся экономикой, в которых длительное время не было ни экономических, ни политических потрясений.

При *регрессивном* типе доля пожилых людей в составе населения высока, а детей мала. Наблюдается низкая рождаемость при высокой средней продолжительности жизни. Такой тип характерен для современных развитых индустриальных стран.

На диаграмме 14 изображены половозрастные пирамиды трёх стран: Японии, Афганистана и Исландии. Определите, какая диаграмма какой стране соответствует.

38 По данным Росстата на 1 января 2021 г. население России составляло 146,2 млн чел. Рассмотрите диаграмму 13.

- а) Найдите численность детей в возрасте до 4 лет на 1 января 2021 г. в России.
- б) На сколько мальчиков в возрасте до 4 лет было больше, чем девочек?

39 На диаграмме 15 изображена половозрастная пирамида населения всей Земли по данным на конец 2021 г. (общая численность человечества на этот момент 7,87 млрд чел.). Рассмотрите диаграмму и ответьте на вопросы.

- а) Сколько в 2021 г. на планете было детей в возрасте 10—14 лет?
- б) Рассмотрим только детей в возрасте до 9 лет. На сколько в 2021 г. в мире мальчиков было больше, чем девочек?
- в) Рассмотрим только людей в возрасте 60 лет и старше. На сколько мужчин было меньше, чем женщин?

40 Рассмотрите половозрастную пирамиду России, составленную на 1 января 2021 г. (диагр. 13). Сделайте прогноз, на сколько процентов и в какую сторону изменится количество взрослых людей в возрасте 30—34 лет к началу 2041 г. по сравнению с началом 2021 г.

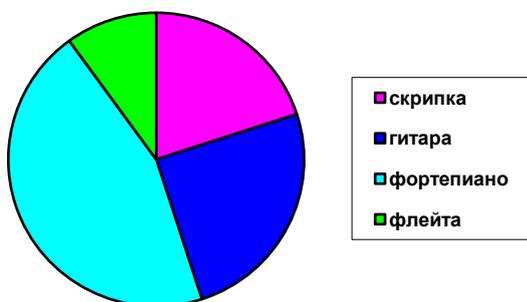
Указание. Нужно сравнить численность тех, кому в 2041 г. будет 30—34 года, с численностью тех, кому 30—34 года было на начало 2021 г.

**Самостоятельная работа № 2 по теме “Диаграммы”.
Вариант 1.**

1. В таблице приведены площади некоторых материков и частей света. Постройте столбиковую диаграмму, отражающую данные таблицы.

Название	Европа	Азия	Африка	Северная Америка	Южная Америка	Австралия	Антарктида
Площадь	10	44	30	24	18	8	14

2. На круговой диаграмме показано, как распределились учащиеся музыкальной школы по классам игры на различных музыкальных инструментах.



Используя диаграмму, ответьте на вопросы:

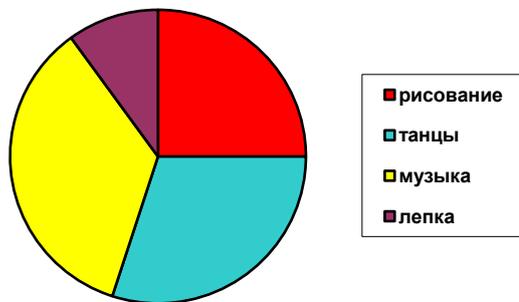
- а) каким музыкальным инструментом занимаются учащиеся чаще всего?
Каким меньше всего?
- б) найдите приблизительно количество детей, занимающихся по классу гитары, если в школе занимается 220 человек.

**Самостоятельная работа № 2 по теме “Диаграммы”.
Вариант 2.**

1. В таблице показано количество осадков, выпавших в течение недели (в миллиметрах). Постройте столбиковую диаграмму, отражающую данные таблицы.

День недели	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница	Суббота	Воскресенье
количество	20	14	4	60	82	68	54

2. На круговой диаграмме показано, как распределились дети, посещающие школу искусств.



Используя диаграмму, ответьте на вопросы:

- каким видом искусства занимаются дети чаще всего? Каким меньше всего?
- найдите приблизительно количество детей, занимающихся рисованием, если в школе занимается 180 человек.

7. Числовые наборы.

ТЕМА УРОКА: Числовые наборы. Среднее арифметическое.

Цель урока: создание условий для формирования и осознания понятия среднего арифметического.

Задачи урока:

Образовательные:

- научиться находить среднее арифметическое чисел при решении задач;

Воспитательные:

- воспитывать уважение к ответам товарищей.

Развивающие:

- развивать интерес к изучаемому предмету с использованием межпредметных связей;
- развивать логическое мышление, внимание учащихся;
- активизировать деятельность учащихся на уроке за счет вовлечения их в ситуации современной жизни;
- развивать коммуникативную компетентность;
- формировать правильную математическую речь.

Тип урока: усвоение новых знаний.

Оборудование: мультимедийный проектор, экран, метр, секундомер, компьютеры.

Ход урока

1. Организационная часть.

- приветствие;
- проверка отсутствующих.

Здравствуйте, ребята. Давайте откроем тетради и запишем сегодняшнюю дату и заголовок Класная работа. Я надеюсь, что сегодняшний урок будет интересным и познавательным.

2. Актуализация опорных знаний, постановка цели урока:

Хотелось бы проверить ваши знания по пройденному материалу .

- 1) Что такое диаграммы?
- 2) Виды диаграмм?
- 3) Что такое среднее арифметическое?
- 4) Найти средний и каждого учащегося и наибольший, наименьший балл по предмету.
- 5) Что такое формула?
- 6) Удобно ли использовать обычные арифметические операции для записи данных формул?

7) А что образуют ячейки, которые нам надо использовать в вычислениях? (образуют диапазон). Назовите обозначение некоторых диапазонов в программе Эксель.

Так вот для записи формул в ЭТ можно использовать стандартные (встроенные) функции.

Давайте попробуем сформулировать тему урока. Сегодня мы продолжаем изучать тему «Числовые наборы. Среднее арифметическое». (ученики формулируют тему и записывают в тетрадь).

Какие же цели мы поставим перед собой на этом уроке:

- Хочу узнать...
- Хочу уметь....

3. Объяснение нового материала:

Рассказ учителя с демонстрацией:

Для расчетов в табличном процессоре Excel есть стандартные (встроенные) функции, их более 300. Каждая стандартная функция имеет свое имя. Для удобства выбора и обращения к ним, все функции объединены в группы, называемые категориями: математические, статистические, финансовые, функции даты и времени, логические, текстовые и т.д.

К **математическим** функциям относятся такие известные из курса школьной математики функции как: сумма (СУММ), произведение (ПРОИЗВЕД), степень (СТЕПЕНЬ), квадратный корень (КОРЕНЬ), модуль (ABS).

Одной из целей разработки табличных процессоров была автоматизация статистической обработки данных. Этим объясняется довольно многочисленная группа **статистических** функций. Наиболее часто используемыми статистическими функциями являются: СРЗНАЧ, МИН, МАКС, СЧЕТ.

Наиболее часто используемые функции группируются в категорию 10 наиболее часто используемых.

Сегодня мы с вами изучим некоторые из этих функций. Они относятся к категории математические и статистические функции.

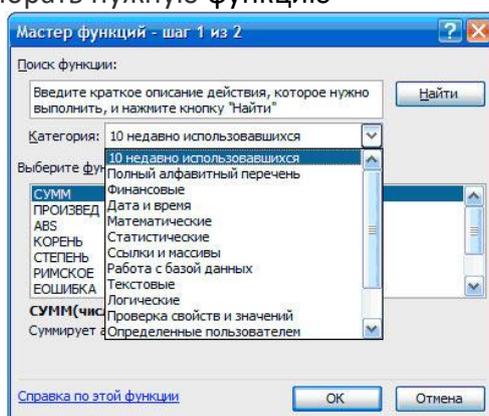
Для ввода функций можно воспользоваться несколькими способами:

- Мастер функций, он запускается командой Вставка \ Функция,
- Кнопка Вставка функции на панели инструментов.
- Ввод вручную (самый неудачный способ)
- Дополнительная информация: Вставить в ячейку функцию вычисления суммы, среднего арифметического, максимального и минимального значения и другие функции можно с помощью

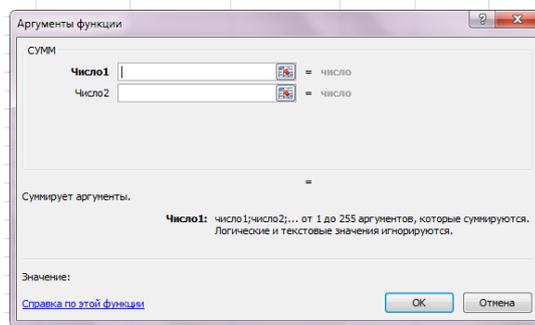
кнопки  - **Автосумма** на панели инструментов Стандартная.

Использование всех функций в формулах происходит по совершенно одинаковым правилам:

- Каждая функция имеет свое неповторимое (уникальное) имя;
- При обращении к функции после ее имени в круглых скобках указывается список аргументов, разделенных точкой с запятой;
- Ввод функции в ячейку надо начинать со знака «=», а затем Выполнить команды: Вставка \ Функция
- Из открывшегося списка выбрать нужную функцию



- Выделить нужный диапазон ячеек.



Сегодня мы с вами будем строить таблицу вычисления среднего арифметического время бега 100 метров учеников:

№	Фамилия ученика	Время
1.	Иванов И.	
2.	Петров С.	
3.	Сидоров П.	
4.	Калюжная С.	
5.	Престинская С.	
6.	Ильинский Б.	
7.	Воронцов С.	
8.	Суслова И.	
9.	Среднее значение:	

4. Физкультминутка. (1 мин.)

1. Вверх-вниз, влево-вправо.

Двигать глазами вверх-вниз, влево-вправо. Зажмурившись, снять напряжение, считая до десяти.

2. Круг.

Представить себе большой круг. Обводить его глазами по часовой стрелке, потом против часовой стрелке.

3. Квадрат.

Предложить детям представить себе квадрат. Переводить взгляд из правого верхнего угла в левый нижний – в левый верхний, в правый нижний. Ещё раз одновременно посмотреть в углы воображаемого квадрата.

4. Рисование носом.

Дети закрывают глаза. Представляют себе, что нос стал длинным и рисуют предложенный учителем предмет, букву и т.д.

5. Выполнение практической работы на закрепление изученного материала:

Ученики выходят на площадку отмеряют метром отметку 100 метров.

Один ученик стоит с секундомером и 8 желающих бегут 100 метров по очереди. Второй ученик фиксирует их результат. После этого все возвращаются в свой класс.

Учитель: Откройте файл эксель. Дайте название файлу Среднее бега.xls и создайте таблицу, которая выведена на доске на экране, заполните ее и посчитайте среднее значение.

№	Фамилия ученика	Время
1.	Иванов И.	
2.	Петров С.	
3.	Сидоров П.	
4.	Калюжная С.	
5.	Престинская С.	
6.	Ильинский Б.	
7.	Воронцов С.	
8.	Суслова И.	
9.	Среднее значение:	

6. Рефлексия. Подведение итогов урока.

Закончите предложение:

- Сегодня на уроке мы узнали о ...
- Функции в электронной таблице необходимы для...
- Чтобы вызвать функцию нужно...
- О каких функциях мы узнали...
- Функция СУММ, СРЗНАЧ, МАКС, МИН относятся к категориям...
- Чтобы посчитать среднее арифметическое значение нужно.....

Добились ли мы на уроке поставленных целей?

Заполните и сдайте учителю карточку, в которой вы оцените данный урок, чтобы я смогла сделать выводы (учащимся предлагается поставить значок + в том месте на линии, которое отражает их отношение к занятию и степень участия в уроке).

1. Я считаю, что занятие было
интересным _____ **скучным.**

2. Я научился
многому _____ **малому.**

3. Я думаю, что слушал других
внимательно _____ **невнимательно.**

4. Я принимал участие в дискуссии
часто _____ **редко.**

5. Результатами своей работы на уроке я
доволен _____ **не доволен.**

Оценивание результатов работы на уроке.

Домашнее задание: Придумать самим таблицу 3х6 с данными и посчитать среднее арифметическое значение, начертить ее в тетради.

8.

9. Медиана числового набора.

Цели урока: 1) ввести понятие медианы как статистической характеристики упорядоченного ряда; формировать умение находить медиану для упорядоченных рядов с четным и нечетным числом членов; формировать умение интерпретировать значения медианы в зависимости от практической ситуации;

2) развивать внимание, логическое мышление, познавательную активность;

3) воспитывать аккуратность, трудолюбие.

Тип урока: урок изучения нового материала

Оборудование: учебник, смайлики

I. Организационный момент

II. Проверка домашнего задания

Отвечаю на вопросы.

III. Актуализация опорных знаний

1) 4; 1; 8; 5; 1; 7. 2) 6; 0,2; 4; 6; 7,3; 6.

а) наибольшее и наименьшее значения каждого ряда;

б) размах каждого ряда;

в) моду каждого ряда.

IV. Усвоение новых знаний

Расход электроэнергии жильцами 9 квартир:

Упорядоченный ряд:

64, 72, 72, 75, 78, 82, 85, 91, 93

Расход электроэнергии жильцами 10 квартир:

Расход электроэнергии, кВтч

Упорядоченный ряд:

64, 72, 72, 75, 78, 82, 85, 88, 91, 93

$Me = (78 + 82) : 2 = 80$

Медианой упорядоченного ряда чисел с нечетным числом членов называется число, записанное посередине, а медианой упорядоченного ряда чисел с четным числом членов называется среднее арифметическое двух чисел, записанных посередине.

Медианой произвольного ряда называется медиана соответствующего упорядоченного ряда.

V. Формирование умений и навыков

а) число членов ряда $n = 9$; медиана есть среднее в упорядоченном ряду значение варианта $Me = 41$;

б) $n = 7$, ряд упорядочен, $Me = 207$;

в) $n = 6$, ряд упорядочен, $Me = 21$;

г) $n = 8$, ряд упорядочен, $Me = 2,9$.

№ 1. Зная, что в упорядоченном ряду содержится t чисел, где t – нечетное число, укажите номер члена, являющегося медианой, если t равно:

а) 5; б) 17; в) 47; г) 201.

Номер находим как $\frac{t+1}{2}$, где $\frac{t+1}{2}$ – целая часть числа.

а) $\frac{5+1}{2} = 3$; б) $\frac{17+1}{2} = 9$; в) $\frac{47+1}{2} = 24$;

г) $\frac{201+1}{2} = 101$.

Упорядочим ряд данных:

30, 31, 32, 32, 32, 32, 32, 32, 33, 35, 35, 36, 36, 36, 38, 38, 38, 40, 40, 42;

число членов ряда $n = 20$.

Размах $A = x_{\max} - x_{\min} = 42 - 30 = 12$.

Мода $Mo = 32$ (это значение встречается 6 раз – чаще других).

Медиана $Me = 35$.

Размах показывает наибольший разброс времени на обработку детали; мода показывает наиболее типическое значение времени обработки; медиана – время обработки, которое не превысили половина токарей.

10. Устойчивость медианы.

Мы с вами знаем, что такое среднее значение. На этом уроке мы познакомимся с ещё одной статистической характеристикой.

Давайте рассмотрим таблицу, в которой показано число посетителей музея в разные дни недели.

Дни недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Число посетителей	153	175	166	181	162	229	248

Составим из данных, приведённых в таблице, упорядоченный ряд.

153, 162, 166, 175, 181, 229, 248

В этом ряду семь чисел. Посмотрите, что в середине ряда расположено число 175: слева от него расположены 3 числа и справа тоже 3 числа. Число 175 называют **срединным числом**, или **медианой упорядоченного ряда**.

Слово «медиана» произошло от латинского слова «медиана», которое означает «среднее».

153, 162, 166, **175**, 181, 229, 248

↑
Медиана

(от лат. *mediana* – среднее)

Число 175 считают и медианой исходного (неупорядоченного) ряда.

Теперь рассмотрим таблицу, в которой показано число посетителей музея в разные дни в течение двух недель.

Дни недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Число посетителей	153	175	166	181	162	229	248	169	178	190	203	185	252	230

Снова составим из приведённых данных упорядоченный ряд.

153, 162, 166, 169, 175, 178, 181, 185, 190, 203, 229, 230, 248, 252

Обратите внимание, что в этом ряду чётное количество чисел, и поэтому мы не можем выбрать одно число, расположенное в середине и выберем два – 181 и 185.

Найдём среднее арифметическое этих чисел, то есть их сумму разделим на 2, и получим 183. Число 183 разбивает наш ряд на две равные по численности группы (слева от него находятся 7 чисел ряда и справа – 7 чисел ряда) и является медианой упорядоченного ряда и исходного. При этом обратим внимание, что само число 183 не является членом ряда.

183

153, 162, 166, 169, 175, 178, 181, 185, 190, 203, 229, 230, 248, 252

$$\frac{181 + 185}{2} = 183$$

(записать в тетрадь)

В каждом из рассмотренных примеров, найдя медиану ряда, мы можем указать дни, когда количество посетителей музея превосходит срединное значение, то есть медиану, или, наоборот, меньше этого значения.

Сформулируем определение.

Медианой упорядоченного ряда чисел с нечётным числом членов называется число, записанное посередине.

А медианой упорядоченного ряда чисел с чётным числом членов называется среднее арифметическое двух чисел, расположенных посередине.

Медианой произвольного ряда чисел называется медиана соответствующего упорядоченного ряда. Главное свойство медианы — **устойчивость относительно слишком больших и слишком малых значений, сильно отличающихся от большинства прочих значений массива** (выбросов). Также медиана хорошо отвечает на вопрос о типичном представителе совокупности. Недостатком медианы является то, что она определяется лишь одним или двумя типичными представителями.

Домашнее задание: прочитать параграф №4 п.10 на стр. 42-44 (в учебнике по алгебре), выполнить задания №186 (а,б), №189, №190 на стр. 44-45 учебника

11. Практическая работа «Средние значения».

Практическая работа № 3

по теме “Средние значения”.

Вариант 1.

1. Найти среднее арифметическое, медиану ряда чисел:

1; 2; 5; 2; 3; 4; 2;

2. В таблице приведен возраст сотрудников одного из отделов:

Фамилия	Возраст
1. Башмачкин	42
2. Галошев	24
3. Каблуков	30
4. Сапогов	24
5. Тапочкин	40

Найдите среднее арифметическое, медиану этого ряда.

3. В таблице приведено количество очков, набранных в чемпионате некоторыми баскетболистами.

Фамилия	Количество очков
1. Дождева	41
2. Градова	28
3. Лунева	17
4. Метелева	32
5. Снежкова	22

Найдите среднее арифметическое, медиану этого ряда.

4. В таблице показано число посетителей выставки в разные дни недели:

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Число посетителей	624	617	609	641	621	735	751

Найдите медиану указанного ряда данных. В какие дни недели число посетителей выставки было больше медианы?

5. Ниже указана среднесуточная переработка сахара (в тыс. ц) заводами сахарной промышленности некоторого региона:

12,2; 13,2; 13,7; 18,0; 18,6; 12,2; 18,5; 12,4; 14,2; 17,8.

Для представленного ряда данных найдите среднее арифметическое и медиану.

Практическая работа № 3

Вариант 1.

1. Найти среднее арифметическое, медиану ряда чисел:

3; 1; 4; 2; 3; 5; 2;

2. В таблице приведен возраст сотрудников одного из отделов:

Фамилия	Возраст
1. Башмачкин	45
2. Галошев	23
3. Каблуков	42
4. Сапогов	34
5. Тапочкин	26

Найдите среднее арифметическое, медиану этого ряда.

3. В таблице приведено количество очков, набранных в чемпионате некоторыми баскетболистами.

Фамилия	Количество очков
1. Дождева	48
2. Градова	26
3. Лунева	20
4. Метелева	40
5. Снежкова	26

Найдите среднее арифметическое, медиану этого ряда.

4. В таблице показано число посетителей выставки в разные дни недели:

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Число посетителей	604	638	615	636	625	710	724

Найдите медиану указанного ряда данных. В какие дни недели число посетителей выставки было больше медианы?

5. Ниже указана среднесуточная переработка сахара (в тыс. ц) заводами сахарной промышленности некоторого региона:

14,1; 14,5; 13,9; 17,6; 17,0; 15,2; 16,3; 12,7; 15,4; 18,8.

Для представленного ряда данных найдите среднее арифметическое и медиану.

Наибольшее и наименьшее значения числового набора. Размах.

Наибольшее и наименьшее значение. Размах.

Цель урока : ввести новые понятия, характеризующие набор величин ; показать что в некоторых ситуациях полезнее оценить их значения и разброс.

Актуализация знаний учащихся:

1. Анализ практической работы

1.1. Дайте определение среднего значения, медианы. Расскажите, как их вычислить?

1.2. Устно ответьте на вопросы:

- Дан набор, в котором число 3 встречается один раз, число 7-десять раз, число 8-сто раз. Других чисел в наборе нет. Укажите медиану данного набора.

- Изменится ли медиана, если к набору добавить число 100? (Это задание не требует вычислений, только понимание смысла и способа вычисления медианы).

Повторение

Задача 1. Пусть в классе, где учится 20 учеников, проводился тест по математике, содержащий 25 вопросов. В результате учащиеся показали следующие результаты:

№ ученика	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество Правильный ответов	12	19	19	14	17	16	18	20	15	25
№ ученика	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Количество Правильный ответов	13	20	25	16	17	12	24	13	21	13

Найдите среднее число правильных ответов, медиану ряда.

Решение. Средний балл учащихся составит:

$(12+19+19+14+17+16+18+20+15+25+13+20+25+16+17+12+24+13+21+13):20 = 349:20 = 17,45$.

Расположим число ответов в порядке возрастания:

12,12,13,13,13,14,15,16,16,**17,17**,18,19,19,20,20,21,24,25,25.

Медиана ряда 17

Задача 2. Первые 5 часов автомобиль ехал со скоростью 60км/ч, следующие 3 часа— со скоростью 100км/ч, а последние 4 часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение:

Средняя скорость, это отношение пройденного пути ко времени, за который пройден этот путь.

За первые 5 часов автомобиль проехал $5 \cdot 60 = 300$ км, за следующие три часа— $3 \cdot 100 = 300$ км и за последние 4 часа— $4 \cdot 75 = 300$ км. Весь путь составил $300+300+300=900$ км, а суммарное время движения— $5+3+4=12$ часов, откуда средняя скорость автомобиля на протяжении всего пути $900/12 = 75$ км/ч.

Задача 3. Девочки на уроке физической культуры прыгали в высоту и показали результаты: 90, 125, 125, 130, 130, 135, 135, 140, 140, 140 см. Какое значение наилучшим образом характеризует спортивную подготовку класса?

Решение. Медиана – 135 см, Среднее арифметическое – $1425: 11 = 129,5$ см.

(Задание направлено на то, чтобы ещё раз вспомнить, что на данном этапе известны две величины, характеризующие набор. Учащиеся должны сделать вывод, что за счет всего одного низкого результата, среднее значение будет ниже медианы. В данном примере лучшей характеристикой будет медиана.)

Изучение и отработка нового материала:

Среднее арифметическое позволяет одним числом характеризовать какое-либо качество всех объектов группы. Чем больше средний балл учащихся в классе, тем выше их успеваемость. Чем меньше среднее количество голов, пропускаемых футбольной командой за один матч, тем лучше она играет в обороне. Если средняя зарплата программистов в городе составляет 90 тысяч рублей, а дворников – 25 тысяч рублей, то это значит, что программисты значительно более востребованы на рынке труда, а потому при выборе будущей профессии лучше предпочесть именно эту специальность.

В некоторых жизненных ситуациях нас интересуют не только среднее значение и медиана, но и другие характеристики, связанные с набором чисел. - Как определяются победители в соревнованиях по бегу, плаванию, велогонкам.

- Разумно ли сравнить средние результаты таких спортсменов?

Определение наибольшего и наименьшего значения величин важно в различных областях жизни. Поговорить о книге рекордов Гиннеса, подчеркнув бесполезность некоторых рекордов.

Выполняя следующее задание, обратить внимание на местоположение наименьшего значения на числовой прямой. Проанализируйте с помощью координатной прямой правильно ли найдено наименьшее значение:

-для набора чисел 0, 3, 4, 5, 6, 7, 8 наименьшее значение равно 0;

-для набора чисел 6, 1, 9 наименьшее значение равно 1;

-для набора 3, 3, 4, 5, 6 наименьшее значение не существует.

Часто бывает важно знать не только «среднее» «типичное» значение в наборе чисел, но и иметь представление, насколько числа в наборе отличаются друг от друга или от среднего. Рассмотрим таблицу:

Таблица 46. Результаты прыжков в длину с места, см

Номер прыжка	Пётр	Иван	Алексей	Сергей
1	215	197	203	205
2	228	205	212	234
3	208	212	227	240
4	236	241	205	212
5	205	233	215	203
Среднее значение	218,4	217,6	212,4	219,4
Наибольшее значение	238	241	227	240
Наименьшее значение	205	197	203	203

Рассмотрите результаты и ответьте на вопросы:

- как вы думаете, почему результаты в разных попытках у ребят различаются?

- какие из перечисленных обстоятельств (факторов) могут влиять на результат: удача; техника прыжка; рост; вес; тренированность; настроение; плотный обед; усталость; обувь?

- какие еще факторы могут повлиять на дальность прыжка?

Самое большое среднее значение прыжка у Сергея, По этому показателю Иван только третий. Но рекордсменом стал Иван: в одной из попыток он прыгнул дальше всех.

В спорте не разумно использовать средние показатели для оценки результатов: нужно учитывать лучший. Тем не менее тренеру есть над чем задуматься.

Дать определение размаха набора чисел .

Выполнить задания на закрепление материала.

1. Даны два набора чисел: 5, 6, 21 и 1001, 1002, 1003. У какого набора размах больше?

Проанализируйте результат. (Учащиеся должны понимать, что **размах- разность между наибольшим и наименьшим значением**; он больше у первого набора, хотя сами числа в нем меньше).

2. В тетрадях № 106 (2022)

Найдите наибольшее и наименьшее значения, размах , среднее арифметическое и медиану набора чисел:
б)17,19,5,41,13,19.

3. К набору 4, 4, 4 добавьте ещё одно число так, так чтобы размах стал равен 10. (Как правило, после выполнения предыдущего упражнения учащиеся сами дают два ответа, но в некоторых классах нужен наводящий вопрос о том, сколькими способами это можно сделать).

Добавьте к этому набору ещё одно число, чтобы наименьшее значение стало равно 0.

Заключение

На этом уроке мы рассмотрели некоторые элементы математической статистики.

Ссылки на уроки Интернетурока по рассмотренным темам:

1. Статистическая обработка данных (Алгебра, 11 класс, раздел "Элементы математической статистики-комбинаторики и теории вероятности")

2. Элементы математической статистики (Алгебра, 9 класс, раздел "Элементы математической статистики-комбинаторики и теории вероятности")

Выводы

На данном уроке мы ознакомились с основными понятиями математической статистики и научились решать простые задачи по математической статистике.

Рефлексия

1. Что нового узнали на уроке?

2. Разумно ли в спортивных соревнованиях использовать средние показатели для оценки результатов?

3. Что показывает размах числового набора?

Полугодовая контрольная работа

Случайная изменчивость (примеры).

Случайная изменчивость.

Цель урока – знакомство учащихся с понятием случайной изменчивости. У учащихся должно сложиться представление о случайной изменчивости величин и некоторых причинах случайной изменчивости.

Задачи

Образовательные:

- познакомить учащихся с новой статистической характеристикой, как случайная изменчивость,
- учить находить, составлять, моделировать и решать задачи,
- способствовать осуществлению межпредметных связей на уроках математики.

Развивающие:

- развивать творческую самостоятельность учащихся; коммуникативные и исследовательские навыки.

Воспитательные:

- воспитать инициативно – активную коммуникативную личность,

Тип урока: урок ознакомления с новым материалом

Форма урока: проектно – поисковая

Оборудование: калькулятор.

Ход урока

1. Организационный этап

2. Повторение

Дан числовой ряд 12,2,11,3,7,10,3. Найдите среднее арифметическое ряда, размах, моду и медиану ряда.

Решение. Упорядочи числа : 2,3,3,7,10,11,12. Размах ряда $12-3=9$. Медиана ряда 7. Мода ряда 3. Среднее арифметическое $(2+3+3+7+10+11+12) : 7 = 48 : 7 = 6,85$

3. Новый материал

Учитель: Величины, с которыми мы имеем дело в жизни, как правило, изменчивы. Например, рост конкретного человека – изменчивая величина. Ребёнок растёт, потому что его организм развивается. Рост взрослого человека также непостоянен: он меняется в течение суток в среднем на 1 – 2 см (при нагрузках на 3 см и более). Наибольший рост будет сразу после сна. За день, пока человек стоит, ходит и сидит, межпозвоночные диски оседают, и рост уменьшается, а за ночь позвоночник снова растягивается.

Изменчивой величиной является время пути от дома до школы каждого школьника, курс валюты, вес плитки шоколада, температура воздуха и так далее. Причины изменчивости чаще всего известны нам лишь частично или неизвестны вовсе. Поэтому, говоря об изменчивости, часто добавляют прилагательное «случайная». *Случайная изменчивость* – непостоянство величины, обусловленное действием случайных причин (факторов), часть из которых может быть неизвестна

Учитель: Какие проблемы предлагаете для изучения новой темы на уроке?

- Что такое случайная изменчивость?
- Какой области знаний человечества принадлежит данная характеристика: математике, статистике или теории вероятности?
- Что характеризует, зачем нужна?
- Как часто встречается с ней человек в своей деятельности?
- Как она проявляется?
- Можно ли её измерить?
- Есть ли формула, по которой можно случайную изменчивость посчитать?

Учитель: Объект исследования – «случайная изменчивость». Предлагаю сконструировать свой поиск знаний по теме урока, т. е. выбрать свою индивидуально – групповую образовательную траекторию.

- Определить, что такое «случайная изменчивость»
- Узнать, где в жизни она встречается
- Случайная изменчивость и экономика
- Определить её характеристики и свойства.
- Найти правила её вычисления.
- Установить, можно ли сравнить её величину с медианой, размахом, модой и средним арифметическим.
- Какие можно решать задачи.
- Обобщить материал и сделать выводы.

Пример 1. Рост человека

Невозможно заранее предсказать рост незнакомого человека. Для исследователя эта величина случайная. Но если измерить рост многих людей (тоже случайно выбранных), то станет видна закономерность. Чтобы в этом убедиться, мы последовательно обсудим данные о росте человека по малому, среднему и большому числу наблюдений.

Малая выборка.

В таблице 1 приведен рост (в сантиметрах) десяти случайно выбранных девушек.

Таблица 1. Рост 10 случайно выбранных девушек, см (первая группа)

164	170	160	163	170	171	166	169	166	165
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Эти числа показывают, что рост человека изменчив.

Ответьте на вопросы

- 1.Найдите средний рост девушек.
- 2.Определите размах, медиану и моду ряда

Результат обсуждения. Средний рост- среднее арифметическое этого набора чисел равно 166,4см. Медиана – 166, размах чисел в этой таблице равен 11 см. Мода ряда – 166см. То есть рост колеблется около 166 см.

В таблице 2 даны сведения о росте других десяти случайно выбранных девушек.

Таблица 2. Рост 10 случайно выбранных девушек, см (вторая группа)

167	164	168	164	167	165	164	158	159	167
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Эти числа еще раз показывают, что рост человека изменчив.

Ответьте на вопросы

1. Найдите средний рост девушек.
2. Определите размах, медиану и моду ряда

Результат обсуждения. Средний рост- среднее арифметическое этого набора чисел равно 164,3 см. Медиана – 164,5 см, размах чисел в этой таблице равен 10 см. Мода ряда – 164см. То есть рост колеблется около 164 см.

Мы видим, что числа в таблицах 1 и 2 заметно различаются. Различия могут быть велики как для одной выборки, так и для чисел разных выборок. Однако средние значения этих чисел различаются значительно меньше: разность между средними арифметическими всего 2,1 см (166,4 – 164,3), разность между медианами 1,5 см (166 – 164,5).

Следовательно, **среднее арифметическое и медиана более устойчивы, чем результаты отдельных измерений.** Это единственная закономерность, которую можно заметить, пользуясь только таблицами 1 и 2.

Средняя выборка

Пополним наш запас наблюдений. К двадцати значениям роста добавим еще тридцать значений новых наблюдений и занесем их в таблицу 3.

Таблица 3. Рост 50 случайно выбранных девушек, см

164	170	160	163	170	171	166	169	166	165
167	164	168	164	167	165	164	158	159	167
161	169	162	170	168	165	165	166	164	173
158	166	168	167	161	167	165	168	165	164
163	169	161	162	163	160	166	169	172	160

Среднее значение роста в этой выборке равно 165,3 см, медиана – 165 см. Эти значения мало отличаются от тех, что получены для первых двух выборок. А вот размах колебаний роста увеличился до 15 см. Это естественно. Чем больше человек мы случайно выбираем, тем больше шансы, что среди них попадутся более высокие и более низкие люди.

Поэтому размах значений роста может увеличиваться, а среднее значение роста остается практически неизменным

Рост человека – величина, подверженная гораздо большей изменчивости. В процессе эволюции человек становится всё выше и выше. За последние 200 лет мужчины выросли в среднем на примерно 10 см, а женщины — на 9,3 см. Это явление наблюдается практически во всех странах. Увеличение роста связывается с улучшением условий жизни, повышением качества питания, прогрессом в медицине:

благодаря прививкам дети реже переносят заболевания, задерживающие рост. Однако никто не может точно сказать, почему и каким именно образом эти (и другие) факторы влияют на рост.

Пример 2. (Учебник, с.96) В России номинальное напряжение в бытовых электросетях 220 В. На самом деле напряжение редко равно в точности 220 В. Возьмем бытовой вольтметр и будем измерять напряжение в розетке через каждые 10–15 секунд на протяжении нескольких минут. Получается набор данных:

225 В	227 В	225 В	228 В	225 В
228 В	218 В	217 В	218 В	220 В
223 В	225 В	216 В	222 В	224 В
220 В	218 В	221 В	220 В	216 В
214 В	219 В	231 В	228 В	227 В

Результат обсуждения. Судя по данным случайных измерений, напряжение сети – изменчивая величина. Размах значений в наших измерениях получился 17 вольт. Найти частоту случаев, когда напряжение в сети больше номинального. Из 25 значений 14 превышают номинал (частота равна 0,56) – это около половины. Среднее значение равно 222,2 В. Отличие среднего от номинального значения 220 В мало (около 1%). Можно предположить, что *систематического отклонения* в измерениях нет. Рассеивание результатов измерений – следствие *случайных отклонений*, причины которых обсуждались ранее.

Причины изменчивости – включение и выключение электроприборов в соседних квартирах или домах. Кроме того, возможны колебания напряжения, приходящего на районную энергоподстанцию, связанные с нагревом трансформаторов и даже с погодными условиями. Изменчивость напряжения зависит и от качества энергосети в целом: от работы стабилизаторов, износа оборудования и так далее.

Если вы посмотрите на заднюю панель микроволновой печи или холодильника, вы найдете табличку, где написан интервал рабочего напряжения. Например, от 190 до 250 В. Если напряжение выходит за эти пределы, прибор может выйти из строя. Поэтому в некоторых случаях люди используют стабилизаторы напряжения, которые уменьшают изменчивость.

Пример 3. Массовое производство. На упаковках продуктовых товаров всегда указывается номинальная масса (например, пачка сливочного масла – обычно – 200 г, шоколадный батончик – 50 г, йогурт – 150 г, мыло – 90 г) или номинальный объём (молоко – 1 л, соевый соус – 150 мл, шампунь – 280 мл). Это совсем не значит, что масса (или объём) будет в точности соответствовать номиналу. Количество товара в упаковке – величина, подверженная случайной изменчивости. Отклонения от нормы происходят из-за износа и плохой настройки оборудования, неоднородности сырья и множества других факторов. Номинальная масса – значение, к которому стремится производство. Товар, имеющий массу, сильно отличающуюся от номинала, считается бракованным. Допустимое отклонение зависит от типа товара, а также от принятых стандартов качества на производстве.

Задание. (Учебник с.97) На обертке шоколадного батончика написано, что его масса 50 г. Это – номинальная масса или номинальный вес. (*Номинальное значение*

– такое значение, которое должно быть при нормальных условиях без учёта изменчивости.). Ребята купили по десять батончиков в двух магазинах. В таблице даны массы двадцати купленных одинаковых батончиков, полученные с помощью взвешивания:

1 партия: 49,1; 50,0; 49,7; 50,5; 48,1; 50,3; 49,7; 51,6; 49,8; 50,1;

2 партия: 49,7; 48,8; 51,4; 49,1; 49,6; 50,0; 48,5; 52,0; 50,7; 50,6.

Ответьте на вопросы:

1. Найдите наибольший и наименьший веса взвешиваемых шоколадных батончиков первой партии.

2. Найдите наибольшее отклонение от номинального веса батончика в первой партии

3. Найдите средний вес батончика в первой партии . Убедитесь, что он мало отличается от 50 г.

4. Найдите средний вес батончика во второй партии.

5. Убедитесь, что средние веса батончиков обеих партий мало отличаются друг от друга и от номинального веса.

6. Сколько в каждой партии батончиков, вес которых превышает 50 г? Сколько таких батончиков в обеих партиях? Какую долю и какой процент они составляют?

7. Вес батончика, который вы покупаете, может быть больше или меньше номинального. Можно ли считать, что шансы этих событий равны, если судить по результатам взвешивания?

Результат обсуждения. Для решения упражнений составим таблицу , в которую запишите вес батончиков в обеих партиях. Закрасьте в таблице ячейки, где масса батончика выше номинального, одним цветом, а другим – те, где ниже.

Наибольшее значение 52,0 г, а наименьшее 48,1 г. Размах – 3,9 г. И только один батончик весит в точности 50 г. Но средняя масса всех батончиков 50,01 г, то есть практически не отличается от номинальной.

В каждой партии половина батончиков имеет массу меньше номинальной. Только один батончик весит ровно 50 г. Таким образом, медиана данных близка к номинальной массе: шансы купить батончик легче или тяжелее номинала примерно одинаковые.

	1 партия	отклонение	2 партия	отклонение
	49,1	0,9	49,7	0,3
	50	0	48,8	1,2
	49,7	0,3	51,4	1,4
	50,5	0,5	49,1	0,9
	48,1	1,9	49,6	0,4
	50,3	0,3	50,9	0,9
	49,7	0,3	48,5	1,5
	51,6	1,6	52	2
	49,8	0,2	50,7	0,7
	50,1	0,1	50,6	0,6
наименьший вес	48,1		48,5	
наибольший вес	51,6		52	
средний вес	49,89		50,13	

Обратим внимание на средний вес в каждой партии и в обеих партиях вместе. Средний вес в первой партии 49,89 г, а во второй 50,13, а в двух партиях вместе 50,01 г. Такие малые отличия от 50 грамм говорят о том, что изменчивость вызвана, скорее всего, *случайными отклонениями (погрешностями, ошибками)* (в производстве, в наших измерениях), а *систематическое отклонение* крайне мало или отсутствует. Если отклонение мало отличается от заданного стандарта, то есть находится в пределах **допустимой погрешности**, то изделие считается годным. Если отклонение превышает допуск, то изделие считается бракованным.

В последних двух примерах речь шла о разных изменчивых величинах: массе шоколадных батончиков и напряжении в электросети. Однако в обоих случаях полученные значения группируются вокруг номинального. В обоих случаях медиана данных и среднее значение близки к номинальному. Если в массовом производстве среднее значение величины (массы, напряжения и т.п.) сильно отличается от номинального значения, то говорят о большом *систематическом отклонении*. В этом случае оборудование требует ремонта или наладки. Небольшие *случайные отклонения* приводят к рассеиванию значений, но они обычно слабо влияют на среднее (часть отклонений положительна, примерно такая же часть отрицательна, и они компенсируют друг друга).

Итоги урока (Выводы). В жизни в основном мы имеем дело с изменчивыми величинами. Чаще всего причины изменчивости известны лишь частично. Поэтому мы говорим о *случайной изменчивости*. Изменчивость проявляется повсеместно: в биологии, в производстве товаров и даже в повседневной жизни. В производстве или при измерениях изменчивость часто связана с проявлением ошибок или отклонений: *систематических* и *случайных*. Систематическая ошибка не создает разброса данных, но приводит к значительному отличию среднего значения от номинального (массы, объема, напряжения в сети и т.п.). Случайные ошибки разнонаправлены – они дают отклонения то в меньшую, то в большую сторону, компенсируя друг друга. Поэтому случайные ошибки создают рассеивание значений, но мало влияют на среднее.

Домашнее задание.

В таблице представлены данные об урожайности зерновых культур в России с 1992 по 2018 гг. в весе после доработки.

Урожайность зерновых культур в России в 1992-2018 гг. (вес после доработки), ц/га									
Год	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Урожайность	18,0	17,1	15,3	13,1	14,9	17,8	12,9	14,4	15,6
Год	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Урожайность	19,4	19,6	17,8	18,8	18,5	18,9	19,8	23,8	22,7
Год	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Урожайность	18,3	22,4	18,3	22,0	24,1	24,7	27,4	29,7	25,5

1. Является ли урожайность зерновых культур в разные годы постоянной величиной?
2. Какие причины могут влиять на урожайность? Какие из этих факторов можно назвать случайными?
3. По данным таблицы постройте столбиковую диаграмму.
4. Вычислите средние урожайности зерновых в периоды 1992 – 2000 гг., 2001 – 2009 гг., 2010 – 2018 гг. Сравните между собой полученные результаты.
5. Составьте таблицу отклонений ежегодной урожайности в 1992 – 2000 гг., 2001 – 2009 гг., 2010 – 2018 гг. от средней урожайности за соответствующие девятилетние периоды.
6. Что больше подвержено изменчивости: средняя урожайность за девять последовательных лет или урожайность в отдельные годы?

Приложения

Пример 1. Рост человека

Невозможно заранее предсказать рост незнакомого человека. Для исследователя эта величина случайная. Но если измерить рост многих людей (тоже случайно выбранных), то станет видна закономерность. Чтобы в этом убедиться, мы последовательно обсудим данные о росте человека по малому, среднему и большому числу наблюдений.

Малая выборка.

В таблице 1 приведен рост (в сантиметрах) десяти случайно выбранных девушек.
Таблица 1. Рост 10 случайно выбранных девушек, см (первая группа)

164	170	160	163	170	171	166	169	166	165
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Таблица 2. Рост 10 случайно выбранных девушек, см (вторая группа)

167	164	168	164	167	165	164	158	159	167
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Эти числа еще раз показывают, что рост человека изменчив.

Ответьте на вопросы

1. Найдите средний рост девушек.
2. Определите размах, медиану и моду ряда

Средняя выборка

Пополним наш запас наблюдений. К двадцати значениям роста добавим еще тридцать значений новых наблюдений и занесем их в таблицу 3.

Таблица 3. Рост 50 случайно выбранных девушек, см

164	170	160	163	170	171	166	169	166	165
167	164	168	164	167	165	164	158	159	167
161	169	162	170	168	165	165	166	164	173
158	166	168	167	161	167	165	168	165	164
163	169	161	162	163	160	166	169	172	160

Пример 2. В России номинальное напряжение в бытовых электросетях 220 В. На самом деле напряжение редко равно в точности 220 В. Возьмем бытовой вольтметр и будем измерять напряжение в розетке через каждые 10–15 секунд на протяжении нескольких минут. Получается набор данных:

225 В	227 В	225 В	228 В	225 В
228 В	218 В	217 В	218 В	220 В
223 В	225 В	216 В	222 В	224 В
220 В	218 В	221 В	220 В	216 В
214 В	219 В	231 В	228 В	227 В

Пример 3. Массовое производство. На обертке шоколадного батончика написано, что его масса 50 г. Это – номинальная масса или номинальный вес. (*Номинальное значение – такое значение, которое должно быть при нормальных условиях без учёта изменчивости.*). Ребята купили по десять батончиков в двух магазинах. В таблице даны массы двадцати купленных одинаковых батончиков, полученные с помощью взвешивания:

- 1 партия: 49,1; 50,0; 49,7; 50,5; 48,1; 50,3; 49,7; 51,6; 49,8; 50,1;
 2 партия: 49,7; 48,8; 51,4; 49,1; 49,6; 50,0; 48,5; 52,0; 50,7; 50,6.

Ответьте на вопросы:

1. Найдите наибольший и наименьший веса взвешиваемых шоколадных батончиков первой партии.
2. Найдите наибольшее отклонение от номинального веса батончика в первой партии
3. Найдите средний вес батончика в первой партии . Убедитесь, что он мало отличается от 50 г.
4. Найдите средний вес батончика во второй партии.
5. Убедитесь, что средние веса батончиков обеих партий мало отличаются друг от друга и от номинального веса.
6. Сколько в каждой партии батончиков, вес которых превышает 50 г? Сколько таких батончиков в обеих партиях? Какую долю и какой процент они составляют?
7. Вес батончика, который вы покупаете, может быть больше или меньше номинального. Можно ли считать, что шансы этих событий равны, если судить по результатам взвешивания?

Частота значений в массиве данных.

Частота и относительная частота

Частота представляет собой число повторений, сколько раз за какой-то период происходило некоторое событие, проявлялось определенное свойство объекта либо наблюдаемый параметр достигал данной величины.

То есть **частота** определяет то, как часто повторяется та или иная величина в выборке.

Разберемся на нашем примере с девушками:

Малая выборка. В таблице 2 приведены результаты исследования – измерения роста двадцати случайно выбранных девушек, живущих в Москве.

Табл. 2 Рост девушек, см (малая выборка)

164	170	160	163	170	171	166	169	166	165
167	164	168	164	167	165	164	158	159	167

В выборке размах значений равен 13: рост колеблется между 158 и 171 см. Среднее значение роста равно 165,35, медиана – 165,5.

Частота – это число повторений какой-либо величины параметра. В нашем случае, это можно считать вот так. Сколько девушек с ростом 169 см? ?

Все верно, одна. Таким образом, частота встречи девушки с ростом 169 в нашей выборке равна 1.

Сколько девушек имеет рост 163? Да, опять же одна. Частота встречи девушки с ростом 163 в нашей выборке равна 1.

Задавая такие вопросы и отвечая на них, можно составить вот такую табличку:

Табл. 3 Группировка данных и нахождение частот (малая выборка)

158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171
1	1	1	0	0	1	4	2	2	3	1	1	2	1

Ну вот, все довольно просто. Помни, что **сумма частот должна равняться количеству элементов в выборке (объему выборки)**.

То есть в нашем примере: $1+1+1+0+0+1+4+2+2+3+1+1+2+1=20$

Перейдем к следующей характеристике – **относительная частота**.

Относительная частота – это отношение частоты к общему числу данных в ряду. Как правило, относительная частота выражается в процентах.

Обратимся опять к нашему примеру с девушками. Частоты для каждого значения мы рассчитали, общее количество данных в ряду мы тоже знаем ($n=20$).

Рассчитываем относительную частоту для каждого значения роста и получаем вот такую табличку:

Табл. 3 Группировка данных и нахождение относительных частот(малая выборка)

158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171
1	1	1	0	0	1	4	2	2	3	1	1	2	1
0,05	0,05	0,05	0	0	0,05	0,2	0,1	0,1	0,15	0,05	0,05	0,1	0,05

А теперь сам составь таблицы частот и относительных частот для примера средней выборки

Средняя выборка. Пополним наблюдения. К двадцати значениям добавим ещё тридцать (см. таблицу 4). Среднее значение роста в этой выборке равно 165,3 см, а медиана – 165 см. Эти значения мало отличаются от тех, что были получены на малой выборке.

Табл. 4 Рост девушек, см (средняявыборка)

164	170	160	163	170	171	166	169	166	165
167	164	168	164	167	165	164	158	159	167
161	169	162	170	168	165	165	166	164	173

158	166	168	167	161	167	165	168	165	164
163	169	161	162	163	160	166	169	172	160

А размах вырос до 15 см. Это естественно: чем больше выборка, тем выше шансы, что в нее попадут очень высокие и очень низкие люди. Поэтому размах увеличивается, а среднее значение устойчиво.

$n=50$

Табл. 3 Группировка данных и нахождение частот (малая выборка)

158	159	160	161	162	163	164	165	166	167
2	1	3	3	1	4	6	6	5	5
0.04	0.02	0.06	0.06	0.02	0.08	0.12	0.12	0.1	0.1

168	169	170	171	172	173
4	4	3	1	1	1
0.08	0.08	0.06	0.02	0.02	0.02

Найдем сумму всех относительных частот в каждом случае. Она равна 1. Это и есть свойство относительных частот.

Дома. (Учебник 2022 г. стр.88 № 146- первые два фрагмента)

Частоту букв в русском языке можно приблизительно оценивать с помощью художественных текстов. Прочитайте отрывки из произведений А.С.Пушкина.

« Дубровский»

По этим приметам немудрено вам отыскать Дубровского. Да кто же не с среднего роста, у кого не русые волосы, не прямой нос, да не карие глаза? Бьюсь об заклад, три часа будешь говорить с самим Дубровским, а не догадаешься, с кем бог тебя свёл. Нечего сказать, умные головушки приказные!

«Выстрел»

Рассеянные жители столицы не имеют понятия о многих впечатлениях, столь известных жителям деревень или городков, например, об ожидании почтового дня: во вторник и пятницу полковая наша канцелярия бывала полна офицерами: кто ждал денег, кто письма, кто газет

А) Посчитайте буквы «а», «о» и «и» в этих отрывках и составьте таблицу частот.

Б) Посчитайте буквы «и» и «т» и составьте таблицу частот. Можно ли по полученным данным судить, какая из букв «и» или «т»- используется чаще в русском языке?

Группировка.
Группировка

Цель: познакомиться с начальными представлениями о сборе и группировке статистических данных; формировать навыки по обработке статистической информации; рассмотреть различные способы представления информации

1.Оргмомент

2. Проверка домашнего задания (работа с текстами)

«Дубровский» А.С.Пушкина Всего букв в отрывке 186.

Буква	«а»	«и»	«о»
Количество	20	9	10
частота	0,11	0,05	0,05

«Выстрел» А.С.Пушкин Всего букв в отрывке 164

Буква	«и»	«т»
Количество	21	14
частота	0,13	0,09

Вывод : по полученным данным нельзя судить, какая из букв «и» или «т» используется чаще в русском языке.

Мотивация. Связь с профессиональной и общественной жизнью.

1.Сущность группировки и ее виды

Для исследования различных общественных и социально- экономических явлений, а так же некоторых процессов, происходящих в природе,проводятся специальные статистические исследования. Всякое статистическое исследование начинается с целенаправленного сбора информации об изучаемом явлении или процессе. Этот этап называется этапом статистического наблюдения.

Для обобщения и систематизации данных, полученных в результате статистического наблюдения, их по какому – либо признаку разбивают на группы и результаты группировки сводят в таблицы.

Статистическая сводка - комплекс последовательных операций по первичной обработке данных с целью выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению. Это научно-организованная обработка материалов наблюдения, включающая подсчет групповых и общих итогов, систематизацию, группировку данных и составление таблиц.

Сводка состоит из следующих этапов:

- Выбор группировочного признака;
- Определение порядка формирования групп;
- Разработка системы статистических показателей для характеристики отдельных групп и совокупности в целом;
- Разработка макетов статистических таблиц для представления результатов сводки.

Группировка – расчленение единиц изучаемой совокупности на однородные группы по определенным, существенным для них признакам.

Виды группировок:

I. В соответствии с задачами группировки выделяются следующие виды группировок:

1) Типологическая – расчленение разнородной совокупности на отдельные качественно однородные группы и выявление на этой основе экономических типов явлений.

Пример: Группировка хозяйствующих субъектов по формам собственности – группы предприятий государственной собственности, федеральной, муниципальной и частной собственности.

2) Структурная – группировка, предназначенная для изучения состава однородной совокупности по какому-либо варьирующему признаку.

Пример: Группировка населения по размеру среднедушевого дохода, группировка коммерческих банков по величине уставного капитала и др.

3) Аналитическая – группировка, выявляющая взаимосвязи между изучаемыми явлениями и их признаками.

Пример: Группировка рабочих по квалификации (тарифному разряду) с указанием их средней месячной заработной платы.

II. По количеству группировочных признаков группировки бывают:

1) простая – группировка, в которой группы образованы по одному признаку;

2) сложная – группировка, в которой расчленение совокупности на группы производится по двум и более признакам.

III. В зависимости от вида группировочного признака группировки бывают:

1) группировки по атрибутивному признаку – группы образуются по признаку, отражающему состояние единицы совокупности (пол человека, семейное положение, организационно-правовая форма предприятия и др.);

2) группировки по количественному признаку – группы образуются по признаку, имеющему числовое выражение (возраст человека, доход семьи и др.).

Решение:

В основу группировки положен количественный непрерывный признак, следовательно, для проведения группировки данных необходимо знать число групп и величину интервала. Так как число групп известно, определяем величину интервала по формуле: $h = (33,8 - 14) / 6 = 3,3$

Группировка фермерских хозяйств по величине урожайности пшеницы

Урожайность пшеницы, ц/га	Число хозяйств
14,0-17,3	3
17,3-20,6	7
20,6-23,9	10
23,9-27,2	11
27,2-30,5	6
30,5-33,8	3
Итого	40

(Материал взят из учебника Г.В.Дорофеева Алгебра 9 класс, просвещение, 2016)

В одной городской школе было проведено следующее статистическое исследование. Выбранных наугад 100 учеников попросили замерить, сколько минут каждый из них тратит на дорогу в школу.

В результате получили следующий ряд данных:

27, 52, 43, 38, 47, 8, 21, 40, 32, 53, 45, 54, 35, 28, 40, 18, 31, 45, 24, 30, 37, 15, 39, 34, 48, 25, 30, 7, 32, 12, 26, 35, 48, 19, 33, 26, 17, 30, 42, 22, 53, 28, 42, 36, 23, 10, 34, 46, 16, 29, 35, 52, 41, 32, 21, 39, 55, 25, 29, 8, 36, 44, 26, 55, 34, 19, 42, 54, 27, 10, 45, 20, 31, 50, 18, 9, 41, 14, 38, 40, 23, 49, 33, 15, 24, 46, 36, 28, 32, 37, 51, 20, 29, 47, 33, 27, 41, 22, 39, 40.

Мы видим, что одинаковые значения здесь встречаются редко, а число различных вариантов довольно велико, и поэтому ранжирование не позволит выявить характерные черты этого ряда.

В таких случаях для обработки данных строят *интервальный ряд*. Для этого весь промежуток, содержащий данные выборки, от наименьшего значения до наибольшего, разбивают на интервалы (обычно равные), а затем подсчитывают, сколько данных попадает в каждый из них. Построим интервальный ряд для нашего случая.

Наибольшее значение в ряду — число 55, а наименьшее — число 7. Таким образом, размах данных равен $55 - 7 = 48$.

Разобьем найденный промежуток на несколько равных интервалов. При этом будем учитывать следующее: интервальный ряд не должен быть слишком громоздким, а концы и середины интервалов лучше сделать целыми числами — это упростит последующие вычисления.

Возьмём в качестве длины интервалов число 8. За начало первого интервала принято брать значение, расположенное на пол-интервала левее наименьшего значения в ряду. В нашем случае это будет число 3.

Теперь нетрудно посчитать границы всех интервалов: от 3 до 11, от 11 до 19, от 19 до 27, от 27 до 35, от 35 до 43, от 43 до 51, от 51 до 59. Всего у нас получилось 7 интервалов.

Найдём, сколько значений из выборки попадает в каждый интервал (при этом значение, оказавшееся на границе двух интервалов, будем считать лежащим в правом промежутке), и сведём все данные по интервальному ряду в одну таблицу.

РАЗДАТЬ ТАБЛИЦЫ НА ПАРТЫ:

Интервал времени, мин	Подсчет	Число значений	частота
3 – 11			
11 – 19			
19 – 27			
27 – 35			
35 – 43			
43 – 51			
51 - 59			

Интервал времени, мин	Подсчёт	Число значений	Частота
3—11	### /	6	0,06
11—19	### ///	8	0,08
19—27	### ### ///	17	0,17
27—35	### ### ### ### ////	24	0,24
35—43	### ### ### ### ///	23	0,23
43—51	### ### ///	13	0,13
51—59	### ////	9	0,09

Мы построили так называемую *интервальную таблицу частот*. Из таблицы видно, что, например, в промежутке от 35 до 43 мин оказалось 23 значения из исследуемого ряда. Обратите внимание: по таблице уже нельзя сказать, чему равно каждое из этих значений; известно только, что все они лежат в данном промежутке.

Как же по интервальному ряду определить, сколько времени в среднем тратят ребята на дорогу в школу? Для упрощения исследования возьмём, как это делают в подобных случаях, середину каждого интервала и соответствующую этому интервалу частоту. Получим более простую таблицу:

Время, мин	7	15	23	31	39	47	55
Число значений	6	8	17	24	23	13	9
Частота	0,06	0,08	0,17	0,24	0,23	0,13	0,09

По этой таблице нетрудно найти среднее арифметическое упрощённого ряда:

$$\bar{x} = \frac{7 \cdot 6 + 15 \cdot 8 + 23 \cdot 17 + 31 \cdot 24 + 39 \cdot 23 + 47 \cdot 13 + 55 \cdot 9}{100} = 33.$$

Тот же результат можно получить, используя частоты:

$$7 \cdot 0,06 + 15 \cdot 0,08 + 23 \cdot 0,17 + 31 \cdot 0,24 + 39 \cdot 0,23 + 47 \cdot 0,13 + 55 \cdot 0,09 = 33.$$

Мы видим, что в среднем школьники тратят на дорогу в школу больше получаса — 33 мин. Это достаточно большое время, и, может быть, стоит задуматься о постройке новой школы. Но для того чтобы найти наиболее удобное расположение новой школы, нужно провести другие, более детальные статистические исследования.

Домашнее задание.

Оформите решение задачи по образцу в классе.

Задача. Известны следующие данные об урожайности озимой пшеницы в 40 обследованных фермерских хозяйствах, ц/га:

22,8 27,0 20,4 27,1 18,2 16,3 22,0 24,3 24,8 33,0

27,3 23,1 21,1 22,6 14,0 29,5 22,9 28,5 15,1 19,5

28,1 25,1 26,7 28,4 29,6 19,9 27,0 25,3 23,9 21,5

23,7 18,0 31,0 19,8 26,0 23,5 20,2 25,1 25,8 33,8

Произвести группировку данных, выделив 6 групп хозяйств по величине урожайности с равными интервалами.

Гистограммы.

Гистограмма

Гистограмма - это способ представления статистических данных в графическом виде – в виде столбчатой диаграммы. Она отображает распределение отдельных измерений параметров изделия или процесса. Иногда ее называют частотным распределением, так как гистограмма показывает частоту появления измеренных значений параметров объекта.

Высота каждого столбца указывает на частоту появления значений параметров в выбранном диапазоне, а количество столбцов – на число выбранных диапазонов.

Важное преимущество гистограммы заключается в том, что она позволяет наглядно представить тенденции изменения измеряемых параметров качества объекта и зрительно оценить закон их распределения. Кроме того, гистограмма дает возможность быстро определить центр, разброс и форму распределения случайной величины. Строится гистограмма, как правило, для интервального изменения значений измеряемого параметра.

Порядок построения гистограммы следующий:

1. Собираются статистические данные – результаты измерений параметра объекта. Для того, чтобы гистограмма позволяла оценить вид распределения случайной величины предпочтительно иметь не менее тридцати результатов измерений.
2. Выявляется наибольшее и наименьшее значение показателя среди полученных результатов измерений.
3. Определяется ширина диапазона значений показателя – из наибольшего значения показателя вычитается наименьшее значение.
4. Выбирается надлежащее число интервалов, в пределах которых необходимо сгруппировать результаты измерений.
5. Устанавливаются границы интервалов. Границы интервалов необходимо установить так, чтобы значения данных не попадали ни на одну из границ интервала. Например, если были выбраны интервалы с границами от 0,5 до 5,5 от 5,5 до 10,5 и т.д. то значение данных 5,5 будет попадать как в первый, так и во второй интервал. Чтобы избежать этой проблемы можно изменить интервалы от 0,51

до 5,50 от 5,51 до 10,50 и так далее, таким образом ни одно значение данных не попадет на границу интервала.

6. Подсчитывается число попаданий значений результатов измерений в каждый из интервалов.

7. Строится гистограмма – на оси абсцисс (горизонтальной оси) отмечаются интервалы, а на оси ординат (вертикальной оси) отмечается частота попаданий результатов измерений в каждый интервал. Интервалы можно устанавливать в натуральных единицах (если позволяет масштаб), т.е. в тех единицах, в которых проводились измерения, либо каждому интервалу можно присвоить порядковый номер и отмечать на оси абсцисс номера интервалов

Вот несколько примеров того, для чего используют гистограммы.

1. Анализ продаж, выручки или поставок по различным срезам:

- по периодам времени;
- по регионам;
- по филиалам/подразделениям;
- по товарам/услугам.

2. Маркетинговый анализ:

- эффективность коммуникативных акций по каналам;
- аналитика затрат на рекламу;
- количество проведенных активностей и их полезность.

3. Финансовый анализ:

- планы и динамика по выручке и прибыли;
- учет доходов и расходов денежных средств;
- количество денег на счетах.

4. Анализ производственных процессов:

- отслеживание складских запасов;
- эффективность использования мощностей;
- учет отгрузок и поставок.

5. Статистический и социодемографический анализ, а также многое другое.

Интервальные ряды данных изображают с помощью гистограммы.

Гистограмма представляет собой ступенчатую фигуру, составленную из сомкнутых прямоугольников. Основание каждого прямоугольника равно длине интервала, а высота – частоте или относительной частоте.

Таким образом, в гистограмме, в отличие от обычной столбчатой диаграммы, основания прямоугольника выбираются не произвольно, а строго определены длиной интервала.

Вот, к примеру, у нас есть следующие данные о росте игроков, вызванных в сборную:

Рост	175-180	181-185	186-195	196-200
Количество	14	9	7	1

Итак, нам дана **частота** (количество игроков с соответствующим ростом). Мы можем дополнить таблицу, рассчитав относительную частоту:

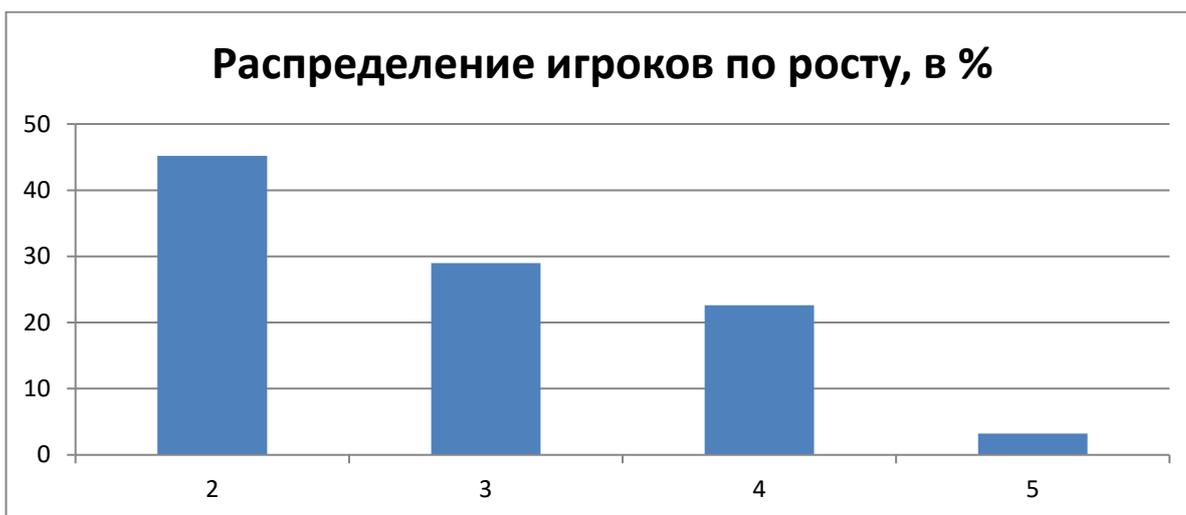
Рост	175-180	181-185	186-195	196-200
Количество	14	9	7	1
Относительная частота	45,2%	29,0%	22,6%	3,2%

Ну вот, теперь можем строить гистограммы. Сначала построим на основании частоты.

Вот, что получилось: (строим столбчатую диаграмму)

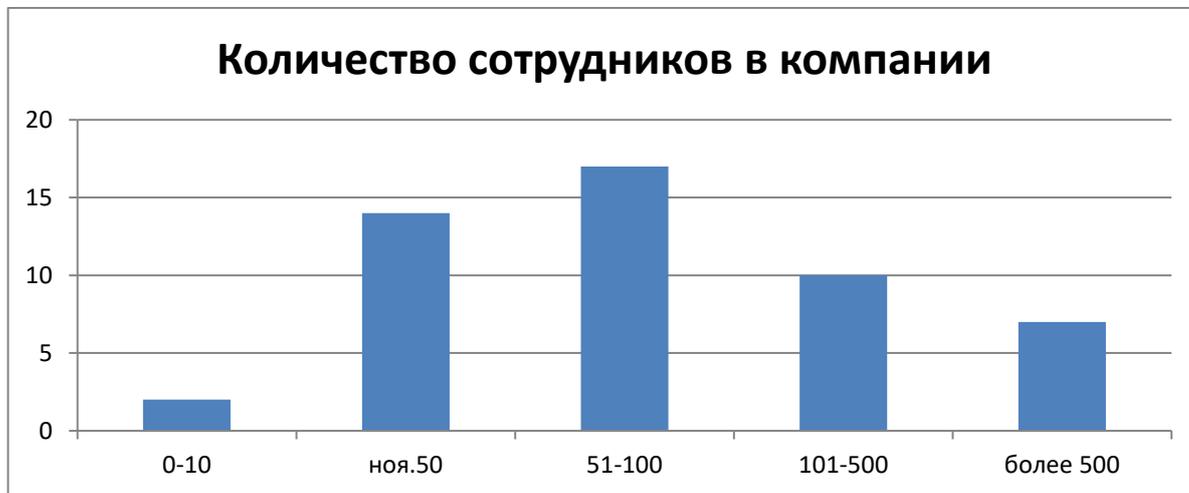


А теперь на основании данных об относительной частоте:



Пример. На выставку по инновационным технологиям приехали представители 50 компаний. На диаграмме показано распределение этих компаний по количеству персонала.

По горизонтали представлено количество сотрудников в компании, по вертикали – количество компаний, имеющих данное число сотрудников.



Какой процент составляют компании с общим числом сотрудников больше 50 человек?

Ответ: 68%.

Этапы построения

Создание любой диаграммы — это не просто дизайнерская работа. Здесь важно не только сделать красиво и аккуратно, но и облегчить восприятие данных. Чтобы результат получился именно таким, весь процесс работы можно разделить на несколько этапов.

Постановка цели

Чтобы решить, как создать и построить гистограмму, надо в первую очередь определить, для чего она строится и что показывает. Если хочется сравнить показатели между собой, то барчарт подойдет лучше остальных, так как можно сразу выделить лидеров и отстающих. Если цель — понять, как показатель изменился за небольшое количество периодов, например, 3-5 дней, месяцев или лет, он также будет наиболее наглядным.

Подготовка данных

Для построения нам нужна таблица с параметрами и значениями, которые будут отражены на графике. К форме и структуре этого документа есть определенные требования, так как цифры будут подвергаться машинной обработке, а система работает по строгому алгоритму.

Поэтому любые диаграммы строятся на так называемых «плоских» таблицах, где в каждой ячейке располагается уникальное значение и отсутствуют любые формы объединения столбцов, строк или ячеек. Иногда аналитики тратят до 80% рабочего времени на подготовку тех данных, что относятся к гистограмме.

Построение графика

Большинство программ имеют опцию автоматического создания визуализации, пошагово мы рассмотрим это ниже. Как правило, для этого необходимо выделить таблицу и выбрать из меню с вариантами визуализаций нужный элемент.

Редактирование результата

Изображение, которое автоматически создает для нас программа, практически всегда требует корректировки. Это тоже достаточно трудозатратный этап, так как необходимо поработать со всеми элементами диаграммы: цветом, подписями, шрифтами, оформлением, легендой и так далее. Подробнее об этом этапе — ниже, в разделе [«Редактирование и настройка»](#).

Столбчатую диаграмму можно сделать во многих программах, включая простые графические редакторы. Серьезные аналитики обычно используют специализированные платформы вроде [Power BI](#) или [Tableau](#), которые позволяют не только строить графики, но и проводить глубинную расширенную аналитику. Мы рассмотрим этапы работы в самых распространенных программах для неспециалистов.

Практическая работа «Случайная изменчивость»

Практическая работа «Случайная изменчивость»

Цель работы: отработать умения и навыки нахождения наибольшего и наименьшего значений, размаха, медианы, среднего значения, нахождения абсолютной и относительной частоты, построения гистограмм частот интервального ряда.

Ход работы

1. Колебания напряжения в бытовых электрических сетях

Приведены результаты 25 измерений напряжения (в вольтах) в бытовой сети. Все измерения были сделаны в дневное время, в случайно (бессистемно) выбранные моменты времени.

225 В,	227 В,	225 В,	228 В,	225 В,
228 В,	218 В,	217 В,	218 В,	220 В,
223 В,	225 В,	216 В,	222 В,	224 В,
220 В,	218 В,	221 В,	220 В,	216 В,
214 В,	219 В,	231 В,	228 В,	227 В.

Электрические приборы в России рассчитаны на напряжение 220 В. При небольших отклонениях напряжения от 220 В они работают исправно, а при значительных колебаниях напряжения могут прийти в негодность.

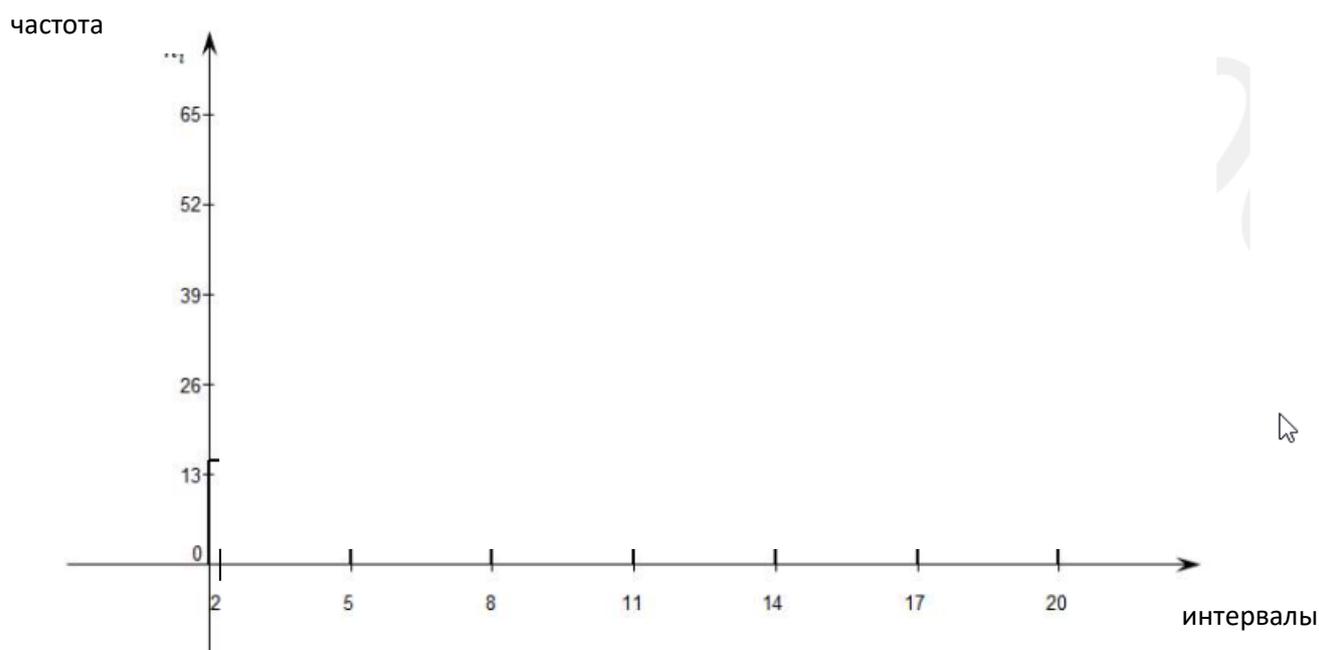
В России номинальное напряжение в бытовых сетях 220 В. Как вы видите, реальное напряжение может отличаться от 220 В. Обычно напряжение либо немного выше этого значения, либо ниже. Это зависит от дополнительно включенных электроприборов. Моменты включения электроприборов является случайными и приводят к случайной изменчивости напряжения.

1. Какое самое большое напряжение было зафиксировано в период наблюдения?
2. Какое самое маленькое напряжение было зафиксировано?
3. Каков размах значений напряжения?
4. Какова медиана напряжения?
5. Каково среднее значение напряжения?
6. Заполните таблицу частот:

Напряжени е, В	214	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225	227	228	231
Абсолютна я частота	1													
Относитель ная частота	$\frac{1}{25} \cdot 100\%$ = 4%													

2. Построить гистограмму частот:

Интервалы	2-5	5-8	8-11	11-14	14-17	17-20
Частота	15	35	64	55	21	10



Сделайте вывод.

Граф, вершина, ребро. Представление задачи с помощью графа.

Оргмомент

2. Фронтальный опрос по основным определениям и понятиям, связанными с графами.

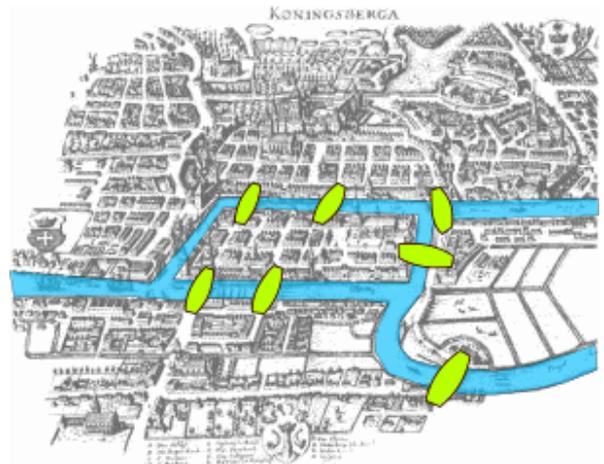
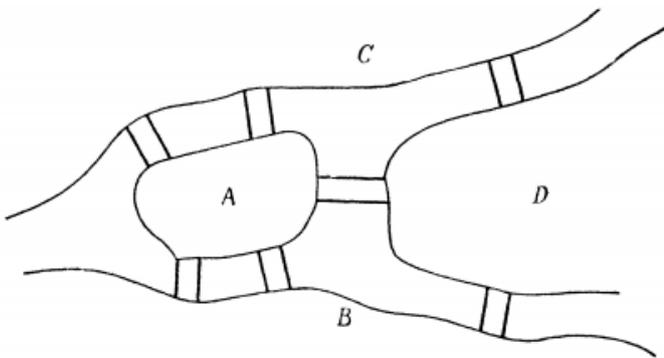
3. Сообщение о Леонардо Эйлере

Леонард Эйлер (1707 – 1783) является одной из крупнейших фигур в истории науки. В 1727 году, когда ему едва исполнилось 20 лет, он был приглашен в Российскую Академию наук. Он изучал теологию, восточные языки и медицину, прежде чем целиком посвятил себя занятиям математикой, физикой и астрономией. Он добился блестящих успехов во всех этих областях и написал огромное количество работ. Первая работа о графах появилась в 1736 году в публикациях Петербургской Академии наук. К тому времени, когда он написал эту работу, он потерял зрение на один глаз, а к старости совсем ослеп, но даже это не остановило его. Уже довольно давно швейцарские математики, в частности математики его родного города Базеля, начали издавать полное собрание сочинений Эйлера, из которого пока опубликовано 50 томов. Первоначально предполагалось, что общее число томов будет близко к 100, но теперь уже думают, что оно окажется ближе к 200.

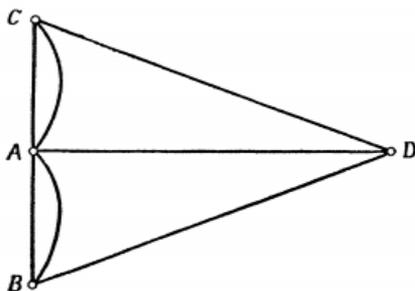
4. Решение задач.

Задача 1. Кёнигсбергские мосты.

Эйлер начал свою работу о графах с рассмотрения одной головоломки – так называемой «задачи о Кёнигсбергских мостах». Город Кёнигсберг (ныне Калининград) расположен на берегах реки Прегель (Преголи) и двух островах. Различные части города были соединены семью мостами. Вопрос заключался в том, можно ли совершить прогулку таким образом, чтобы, выйдя из дома, вернуться обратно, пройдя в точности один раз по каждому мосту?



Четыре части города обозначены буквами A, B, C и D. Так как нас интересуют только переходы по мостам, мы можем считать A, B, C, D вершинами некоторого графа, ребра которого отвечают соответствующим мостам. Этот граф изображен на рисунке :



Р и с. 26

Постарайтесь найти переходы, удовлетворяющие условию задачи

Дискуссия. При проведении обсуждения надо просить обучающихся аргументировать свой ответ, объясняя, почему они считают так, а не иначе. В ходе обсуждения можно подсказать, что задачу можно попытаться решить, если попробовать из любой точки (вершины) обвести этот граф, не отрывая карандаша от бумаги и проходя по каждому ребру только один раз, после чего вновь попасть в эту вершину. Если это удастся, то ответ на вопрос – да, возможно; если не удастся, то ответ – нет, невозможно.

Учащиеся затрачивают некоторое время на поиск путей обвода данного графа. Высказывают свои мнения, пытаются аргументировать их. После того, как учащиеся зашли в тупик, учитель предлагает школьникам подойти к решению задачи, опираясь на факты и положения теории графов.

Эйлер показал, что этот граф не представляет собой единого цикла; иными словами, с какой бы вершины мы ни начали обход, мы не можем обойти весь граф и вернуться обратно, не проходя никакого ребра дважды. Ведь если бы такой цикл существовал, то в каждой вершине графа было бы столько же входящих в нее ребер, сколько и выходящих из нее, то есть в каждой вершине было бы четное число ребер. Однако это условие очевидно не выполнено для графа, представляющего карту Кёнигсберга.

Такую задачу можно рассматривать как род игры, и хотя кажется совершенно наивным развлечением, на самом деле в этом и состоит главное содержание многих головоломок и некоторых игр. Воспользуемся очень старой задачей

Задача 2. Перевозчик.

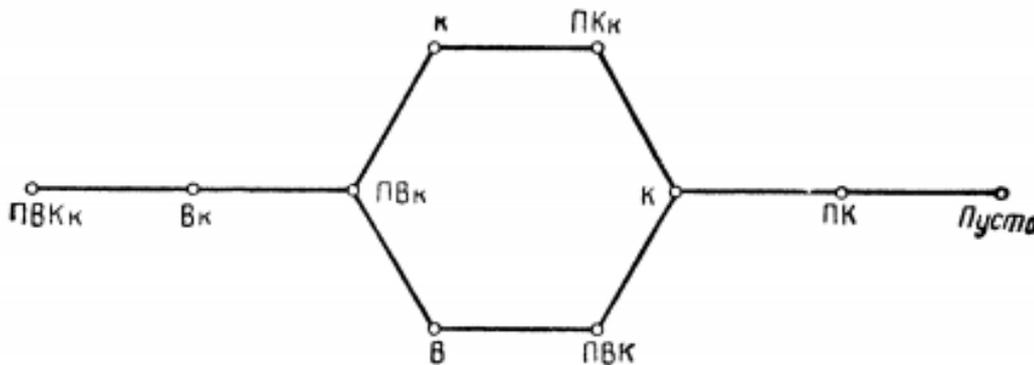
Перевозчику П было поручено перевезти через реку волка В, козу К и мешок капусты М. Его маленькая лодка за один раз могла перевезти только что-то одно. Кроме того, нельзя было оставлять волка наедине с козой или козу – с капустой. Как он должен поступить?

Учащиеся затрачивают некоторое время на поиск путей обвода данного графа. Высказывают свои мнения, пытаются аргументировать их. После того, как учащиеся могут зайти или зашли в тупик, учитель предлагает школьникам подойти к решению задачи, опираясь на факты и положения теории графов.

Рассмотрим все возможные здесь случаи. В первый рейс, очевидно, можно взять только козу: при этом группа П,В,К,М в исходной точке заменяются группой В, М.

Затем перевозчик возвращается один: мы получаем П,В,М. Во второй рейс он может перевезти либо В, либо М, оставляя соответственно М или В. В обоих случаях он должен перевезти К обратно, и в исходной точке окажутся П,К,В или П,К,М, что допустимо. В следующую поездку он перевезет В или М, оставляя только К. Наконец, он возвращается один и перевозит К.

Таким образом, в этом предельно простом случае допустимы перемещения, указанные на рисунке:



Р и с. 31

Это показывает, что решение может быть получено двумя способами; каждый из них определяется некоторой цепью, соединяющей начальное положение П,В,К,М с конечным положением «пусто».

Совершенно аналогична задача о трех ревнивых мужьях

Задача 3. О трех ревнивых мужьях

Три супружеские пары в воскресенье подошли к реке, где они нашли маленькую лодку, которая не может поднять более двух человек одновременно. Переправа осложняется тем обстоятельством, что все мужья ревнивы и ни один из них не может допустить, чтобы его жена оставалась без него в компании, где есть какой-нибудь другой мужчина. Как они должны поступить?

Задача 4. Драчливая семья

К левому берегу реки подошла мама с пятью сыновьями 6, 7, 8, 9 и 10 лет. Есть трехместная лодка. Грести может только мама. Если на берегу без неё останутся дети с разницей в возрасте 1 год, они подерутся. Как маме переправить всех на правый берег так, чтобы никто не подрался?

Решение. Число означает ребёнка соответствующего возраста, + соединяет детей в лодке, рейс на правый берег, 7+9, , 7+9, .

Задача 5. Космическая переправа

Юпитерианский фермер с выводком неразлучных звёздочек, пучеглазой гусеницей и хищным четырёхглазом должен переправить всех своих питомцев на ярмарку. В корабль вместе с ним может поместиться либо выводок, либо гусеница, либо четырёхглаз. Оставшись без присмотра, гусеница съест звёздочек, а четырёхглаз - гусеницу. Как фермеру переправить всех без потерь?

Решение. В – выводок звёздочек, Г – гусеница, Ч – четырёхглаз, рейс на другой берег, Г, , Г, .

Задача 6. Гоголь Н.В. «Мертвые души»

Охотник за мертвыми душами Павел Иванович Чичиков побывал у известных вам помещиков по одному разу у каждого. Он посещал их в следующем порядке : Манилова, Коробочку, Ноздрева, Собакевича, Плюшкина, Тентетникова, генерала Бетрищева, Петуха, Констанжогло, полковника Кошкарёва. Найдена схема, на которой Чичиков набросал взаимное расположение имений и проселочных дорог, соединяющих

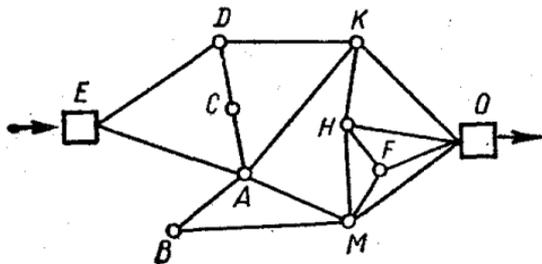


Рис. 1.1

их.

Установите, какое имение кому принадлежит, если ни по одной дороге Чичиков не проезжал более одного раза.

Решение. По схеме видно, что путешествие Чичиков начал с имения Е, а закончил имением О. Замечаем, что в имения В и С ведут только по две дороги, поэтому по этим дорогам Чичиков должен проехать. Отметим их жирной линией (рис.1.2). Определены участки маршрута, проходящие через А : АС и АВ. По дорогам АЕ, АК и АМ Чичиков не ездил. Перечеркнем их (рис.1.2). Отметим жирной линией ЕД; перечеркнем ДК. Перечеркнем МО и МН; отметим жирной линией MF ; перечеркнем FO; отметим жирной линией FH, НК и КО (рис.1.3). Найдем единственно возможный маршрут при данном условии.

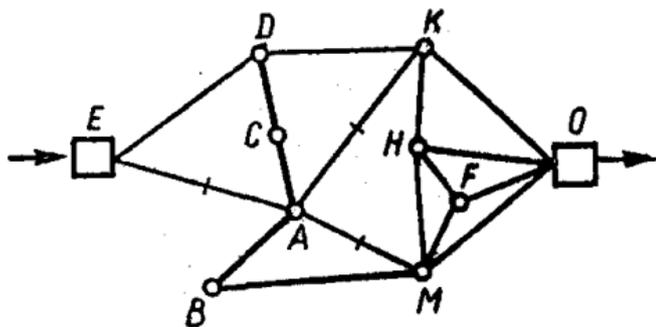


Рис. 1.2

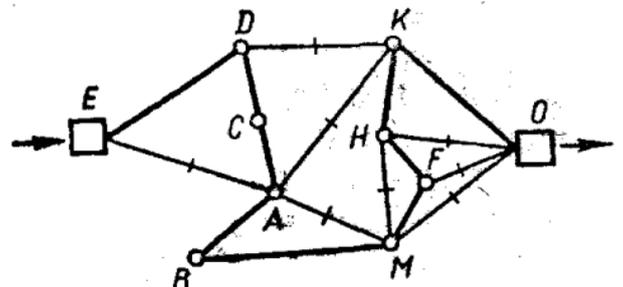


Рис. 1.3

Подведем первый итог: задача решена в ходе преобразования картинki. С рисунка 1.3 Остается считать ответ: имение Е принадлежит Манилову, Д – Коробочке, С – Ноздреву, А – Собакевичу, В – Плюшкину, М – Тентетникову, F – Бетрищеву, Н – Петуху, К – Констанжогло, О – Кошкарёву.

Как мы видим из приведенным примеров, граф можно представить как некоторую игру. Вершины его являются различными положениями в этой игре, а ребра соответствуют движениям (ходам), допускаемым по правилам игры. Обычно задача состоит в том, чтобы установить возможность прохождения вдоль ребер графа от одного заданного положения к другому.

В качестве следующего простого примера рассмотрим игру, состоящую в перемещении шахматного коня по доске согласно обычным правилам. Так как на шахматной доске 64 клетки, соответствующий граф имеет 64 вершины. Конем можно достичь любого поля из любого начального положения, чтобы побывать на каждом поле ровно один раз, так как граф является связным.

Определение. Граф называется связным, если он содержит ровно одну компоненту связности. Это означает, что между любой парой вершин этого графа существует как минимум один путь. Существует много решений данной задачи. Одно представлено на рисунке.

63	22	15	40	1	42	59	18
14	39	64	21	60	17	2	43
37	62	23	16	41	4	19	58
24	13	38	61	20	57	44	3
11	36	25	52	29	46	5	56
26	51	12	33	8	55	30	45
35	10	49	28	53	32	47	6
50	27	34	9	48	7	54	31

Домашнее задание.

Степень (валентность) вершины. Число рёбер и суммарная степень вершин.

Тип урока: изучение и первичное закрепление новых знаний.

Знания и умения учащихся:

- ✗ ученик знает понятия графа и мультиграфа, знаком с понятиями «вершина графа» (смежные вершины) и «ребро графа» (кратные ребра и петли);
- ✗ умеет приводить примеры использования графов в различных учебных предметах и повседневной жизни.

Цели:

Образовательные:

- ✗ закрепить понятие графа, сформировать представление о степени вершины графа (четная, нечетная вершины), сформулировать определение о связности графа, рассмотреть утверждение о количестве ребер графа и теорему о четности числа нечетных вершин графа;
- ✗ отработать навыки использования теоретических знаний для решения новых задач.

Развивающие:

- ✗ развивать логическое мышление учащихся, способность к рассуждению, внимательность;
- ✗ формировать умение представлять информацию в виде графов.

Воспитательная:

- ✗ воспитывать культуру общения на уроке, взаимоуважение.

План урока

1. Организационный момент (приветствие класса, подготовка к уроку, проверка домашнего задания, включающая повторение материала предыдущего урока);
2. Теоретический материал (знакомство с темой предстоящего урока, объяснение нового материала и краткая запись в рабочую тетрадь новых теоретических сведений по теме урока);
3. Закрепление материала (решение задач);
4. Итоги урока (краткий вывод и домашнее задание).

Ход урока

1. *Давайте вспомним основные понятия теории графов. Для этого проведем разминку по типу незаконченного предложения (Презентация, сл.: 2, 3, 4). Каждый ученик имеет карточки с пропущенными словами в предложении. Учитель зачитывает предложение, останавливаясь перед пропущенным словом, и выбирает ученика, который в свою очередь должен поднять карточку. Далее этот ученик читает дальше предложение, также останавливаясь перед пропущенным словом, и уже сам выбирает одноклассника для ответа и т. д. по цепочке.*

Проверим в классе решение домашней задачи (Презентация, сл.: 5, 6, 7). Один ученик выходит к доске и рисует граф. Далее мы вместе проверяем ребра (дороги между городами), считаем количество выходящих ребер из каждой вершины и смотрим связи между городами.

2. *Сегодня на уроке мы продолжим изучение графов, познакомимся с понятием «степень вершины графа» и сформулируем определение связности графа (обратим внимание на наш граф из домашнего задания и определим, является ли он связным или нет и почему). Рассмотрим утверждение о количестве ребер графа, и проверим в соответствие с этим утверждением, правильно ли мы посчитали количество ребер графа в домашней задаче. И рассмотрим теорему о четности числа нечетных вершин графа.*

Количество ребер, выходящих из одной вершины, называют **степенью** этой вершины. Для петли будем считать, что это ребро выходит из вершины дважды (Презентация, сл. 8).

Запишем определение в рабочую тетрадь и зарисуем представленный граф, для данного графа посчитаем степень каждой вершины. Ребята смотрят на слайд и работают самостоятельно, далее вслух зачитаем степень каждой вершины.

Вершина, имеющая четную степень, называется **четной вершиной**, соответственно, вершина, имеющая нечетную степень, называется **нечетной вершиной** (Презентация, сл. 9).

Запишем определение в тетрадь и перечислим через запятую сначала четные вершины, а потом нечетные вершины для уже нарисованного графа. Проверим задание вслух.

Количество ребер графа равно половине суммы степеней его вершин. Пусть граф имеет n вершин, тогда число ребер равно:

(Презентация, сл. 10)

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

Запишем утверждение в рабочую тетрадь и посчитаем количество ребер графа в домашней задачке. Проверим ответ в классе. Рассмотрим задачу и ее решение на подсчет числа ребер графа без построения. (Презентация, сл. 11).

Сформулируем теорему о количестве вершин нечетной степени любого графа и запишем формулировку в рабочую тетрадь. (Презентация, сл. 12).

Теорема. Количество вершин нечетной степени любого графа всегда четно.

Доказательство: Количество ребер графа равно половине суммы степеней его вершин.

Так как количество ребер должно быть целым числом, то сумма степеней вершин должна быть четной.

А это возможно только в том случае, если граф содержит четное число нечетных вершин.

Разберем доказательство и проверим теорему на нашей домашней задачке.

3. Рассмотрим несколько задач.

Задача. В государстве 50 городов, из каждого города выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве.

Решение. Подсчитаем общее количество выходящих дорог из городов: $50 \cdot 4 = 200$. Однако, мы понимаем, что при подсчете каждая дорога посчитана 2 раза – она выходит из одного города и входит в другой. Значит всего дорог в два раза меньше, т.е. 100.

Задача. В классе 30 человек. Может ли быть так, что 9 человек имеют по 3 друга, 11 – по 4 друга, а 10 – по 5 друзей?

Ответ. Нет (теорема о четности числа нечетных вершин).

4. Сегодня мы с вами познакомились с новыми определениями, связанными с понятием графа, рассмотрели утверждение, которое помогает быстро подсчитывать число ребер графа, и сформулировали теорему, которая значительно упрощает решение многих задач. В частности, поучительная сторона этой теоремы заключается в исследовании и ответе на вопрос, возможно или нет решение данной задачи, прежде чем приступить за ее решение.

Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Обход графа (эйлеров путь).
Представление об ориентированных графах.

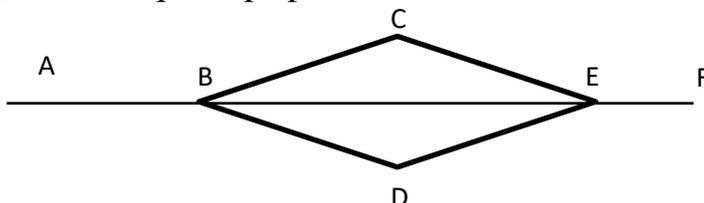
Тема: Цепь и цикл. Путь в графе. Представление о связности графа. Обход графа. Эйлеров путь.

Определение 1. Путем от A до F называется такая последовательность ребер графа, ведущая от A к F , в которой два соседних ребра имеют общую вершину и никакое ребро не встречается дважды.

Длиной пути называется число ребер этого пути.

Определение 2. Путь от A до F называется простым, если он не проходит через одну вершину более одного раза.

Пример 1. Рассмотрим граф



В данном графе есть следующие пути от A до F :

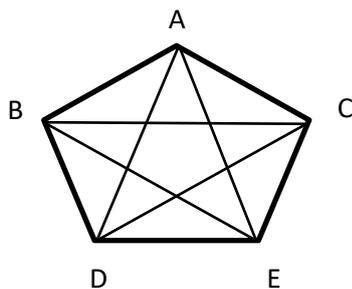
- 1) A, B, E, F - путь длиной 3;
- 2) A, B, C, E, F - путь длиной 4;
- 3) A, B, D, E, F - путь длиной 4;
- 4) A, B, C, E, D, B, E, F - путь длиной 7.

Первые три пути являются простыми.

Определение 3. Циклом называется путь, в котором начальная и конечная вершины совпадают. Длиной цикла называется число ребер в этом цикле.

Определение 4. Цикл называется простым, если он не проходит через одну вершину более одного раза.

Пример 2. Рассмотрим граф

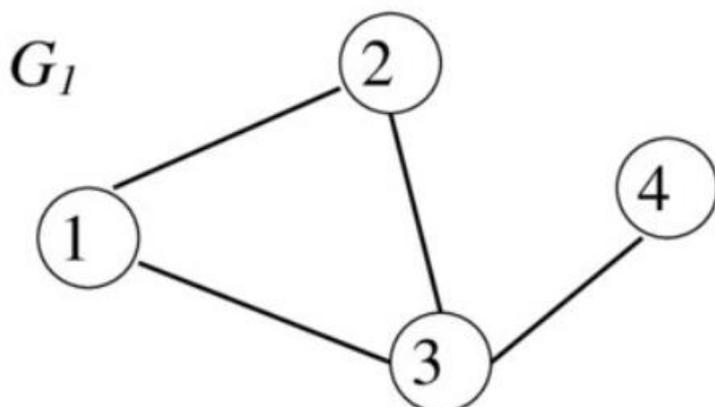


В данном графе есть следующие циклы:

- 1) A, E, D, A - цикл длиной 3;
- 2) A, B, C, A - цикл длиной 3;
- 3) A, B, D, E, C, A - цикл длиной 5;
- 4) A, B, D, E, B, C, A - цикл длиной 6;

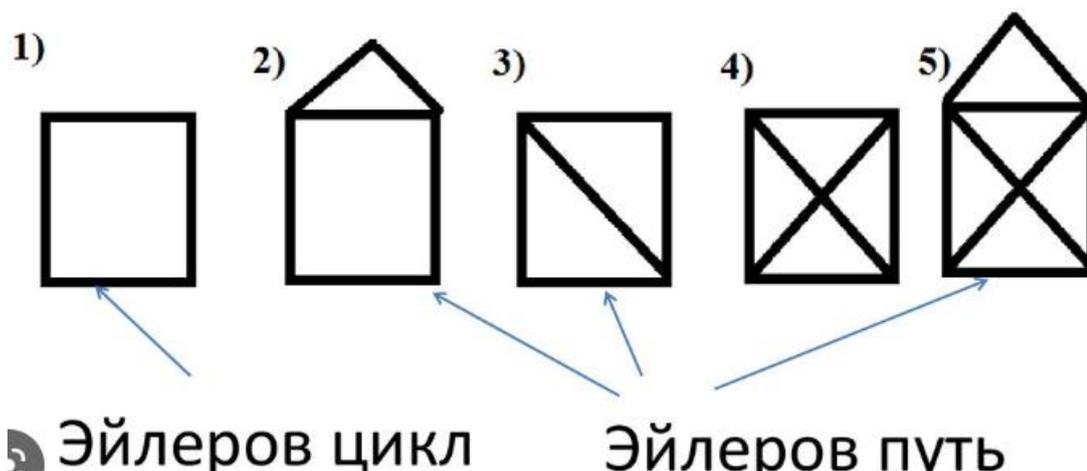
Определение 5: Граф называется *связным*, если от любой его вершины можно (возможно несколькими переходами) добраться до любой другой.

Пример.



Определение 6: Эйлеров путь в графе — это путь, проходящий по всем рёбрам графа и притом только по одному разу.

Определение 7: Эйлеров цикл — эйлеров путь, являющийся циклом, то есть замкнутый путь, проходящий через каждое ребро графа ровно по одному разу.

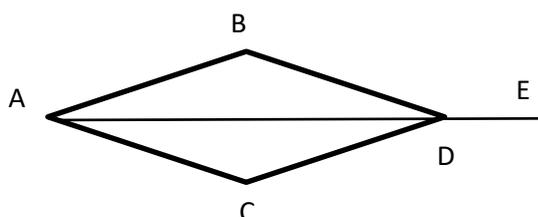


Домашнее задание:

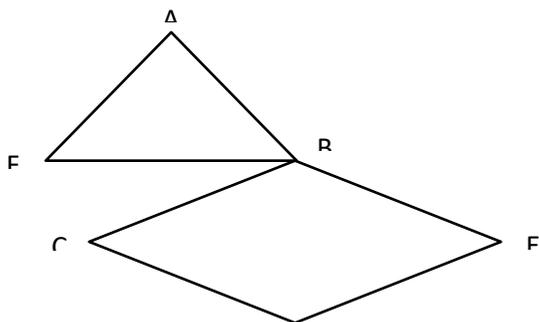
Записать и выучить краткий конспект, решить задачи.

Задача 1. Представим себе схему дорог, соединяющих различные населенные пункты.

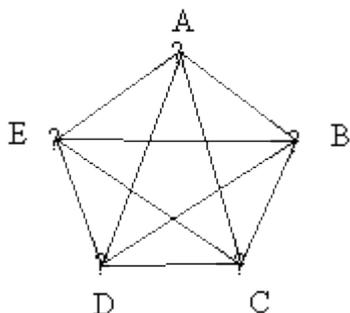
Определите, какими путями можно попасть из А в Е? Какие из этих путей являются простыми?



Задача 2. От вершины А до вершины F графа можно пройти четырьмя путями; один из них — длины 1, второй — длины 2 и два пути длиной 6. (Назовите эти пути.)



Задача 3. Назовите в графе Γ циклы, содержащие а) 4 ребра; б) 6 ребер; в) 5 ребер; г) 10 ребер. Какие из этих циклов являются простыми?



Случайный опыт и случайное событие. Вероятность и частота события

Тип урока: Урок изучения нового материала

Цели урока: Создание условий для получения и осмысления учениками новых знаний о случайных событиях. Построение алгоритма вычисления вероятностей случайных событий и формирование первичного умения его применять.

Задачи урока:

- научиться использовать новые знания при решении задач, оценивать события и сравнивать их, познакомиться с понятием «вероятность», «маловероятно», «наиболее вероятно», случайного события, достоверного события, невозможного события, равновероятных событий;
- развивать культуру речи через математически грамотные высказывания, через умение грамотно задавать вопросы о неизвестном;
- развивать практические умения посредством выполнения экспериментальных задач.

Планируемые результаты обучения:

- предметные

- формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, о простейших вероятностных моделях;

- развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений;

- развитие умений вычислить вероятности событий, находить число благоприятных и равновероятных исходов;

- развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости компьютера;

- **метапредметные**

- умение самостоятельно ставить и формулировать для себя новые задачи, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение и делать выводы;

- умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учёта интересов, формулировать, аргументировать и отстаивать своё мнение;

- формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий;

- **личностные**

- формирование ответственного отношения к учению, собственным поступкам, готовности к самообразованию, на основе мотивации к обучению и познанию;

- формирование осознанного, уважительного отношения к мнению другого ученика, готовности и способности вести диалог с другими учениками;

- формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками в процессе экспериментальной деятельности.

Оборудование: калькулятор.

Эпиграф к уроку:

«Мало иметь хороший ум, главное – хорошо его применять». *Р.Декарт.*

Ход урока.

1. Мотивационный этап

Цель:

- актуализировать требования к ученику со стороны учебной деятельности;

- создание условий для возникновения у учеников внутренней потребности включения в учебную деятельность.

«Сегодня мы с вами начнем урок с игры. Во время игры попробуем *ответить на вопрос: «Как играть, чтобы не проиграть?»*»

Игра: Имеем три шашки: у первой обе поверхности черные, у второй – обе белые, у третьей – одна поверхность белая, другая черная. Суть игры заключается в том, чтобы увидев одну сторону шашки после ее вынимания, определить цвет другой стороны.

Сеанс – 5 попыток. Выигрывает тот, кто угадал более 3 раз.

После 5 попыток поднимают руки те, кто угадали 4-5 раз, 3 раза, 2 раза, 1 раз).

Вывод: «Чтобы чаще других угадывать цвет шашки в этой игре, надо знать один из разделов математики, который называется - **теория вероятности**. Эта наука возникла при решении задач игрового характера (игра в карты, кости, бросок монеты и т. д.).»

2. Актуализация знаний в пробном действии

Цели: организовать актуализацию понятия случайного события

Часто мы говорим «это возможно», «это невозможно», «это маловероятно», «это обязательно случится». Подобные выражения обычно используют, когда речь идет о возможности наступления события, которое в одних и тех же условиях может произойти, а может и не произойти.

Такие события называют случайными. Купив лотерейный билет, вы можете выиграть, а можете и не выиграть; на выборах кандидат может победить, а может и не победить; жарким летом днем может случиться гроза, а может и не случиться. Перед началом футбольного или хоккейного чемпионата мы не можем с полной уверенностью назвать ни победителя, ни призеров. Например, в жаркий и солнечный день мы точно знаем, что лето кончится, наступит осень, а затем зима. Но невозможно сказать заранее, будет эта зима теплой или холодной. Мы не можем предвидеть, будет ли следующий год влажным или засушливым, хотя все эти события влияют на нашу жизнь. Неурожайный год дорожает хлеб, предприятия сельского хозяйства несут убытки, некоторые из них

могут разориться, невозможно предсказать длительность начавшегося или будущего телефонного разговора; нельзя знать, сколько ошибок сделает школьник в предстоящей контрольной работе. все это примеры **случайных событий**. Будем называть событие *случайным*, если оно относится к *случайному* опыту (эксперименту), исход которого нельзя точно предсказать. **Случайный эксперимент** – это условия и обстоятельства, в которых мы рассматриваем случайные события.

Важно! Теория вероятностей рассматривает случайные события не сами по себе, а в рамках случайных экспериментов (случайных опытов). Например, говоря о событии «день будет дождливым», требуется указать дату и место, о котором идет речь. Если условия эксперимента не описаны или описаны плохо, то могут возникнуть противоречия и парадоксы.

Пример 1. Обсуждаем с учениками ответы на вопросы:

1. Какие события мы называем случайными?
2. Является ли случайным событие «Меня завтра спросят на уроке?»
3. Является ли случайным событие «Летом у меня будут каникулы?»
4. Является ли случайным событие «Мне сегодня встретиться черная кошка?»
5. Вообразите, что вы отправились на рыбную ловлю, где водится только окунь и плотва. Какие случайные события могут произойти при этом?
6. Приведите примеры случайных событий из вашей школьной жизни.

3. Изложение нового материала.

Цель: создать условия для получения и осмысления учениками новых знаний о случайных событиях.

Пример 2. Для нефтедобывающих стран, к которым относится Россия, важна рыночная цена на нефть. При составлении бюджета государства на следующий год важно знать, превысит ли средняя цена на нефть некоторый уровень или нет. Например, в 2020 году ожидается, что средняя цена на нефть будет не ниже, чем 50 долларов за баррель. Если средняя цена превысит этот показатель, то в бюджете возникнут свободные средства, а если цена будет ниже, то образуется дефицит бюджетных средств. Безошибочно предвидеть цены на нефть невозможно.

Пример 3. Школьник пишет контрольную работу по математике. Это в нашем понимании случайный эксперимент, потому что в нем возникают случайные события. Например, «школьник сделает не больше трех ошибок» или «школьник получит отметку «отлично».

Пример 4. Подсчет количества крупных пожаров в определенном городе в будущем году. Примеры случайных событий: «крупных пожаров не будет» или «крупных пожаров будет больше шести» и т.п.

Пример 5. Денежная лотерея. Случайные события: «выпадение выигрыша на определенный номер» или «игрок выиграл более 1000 р.»

Примеры случайных экспериментов и связанных с ними случайными событиями можно приводить бесконечно.

Пример 6. Правильная игральная кость может с равными шансами упасть любой из шести своих граней вверх. Поэтому шансы выпадения единицы такие же, как и выпадения, например, двойки.

В теории вероятностей шанс того, что случайное событие произойдет, выражается числом. Это число называют вероятностью случайного события. Если событие никогда не наступает (его шансы равны нулю), то вероятность этого события полагают равной 0. Такое событие называют *невозможным*. Если же событие наступает всегда, его вероятность полагают равной 1. Такое событие называют *достоверным*. Вероятности остальных событий – это числа между 0 и 1. Таким образом, вероятность случайного события – это числовая мера его правдоподобия. Чем больше шансов у такого события произойти, тем выше его вероятность.

Важно! Достоверное и невозможное события тоже являются случайными событиями, несмотря на то, что их вероятности точно известны.

4. Физкультминутка.

Пример 7. При броске симметричной монеты шансы выпадения орла и решки нужно считать одинаковыми, поскольку монета симметрична. Поэтому вероятности выпадения орла и решки равны между собой. А так как при броске монеты других исходов быть не может, полагают вероятности этих событий равной 0,5.

Важно! Нельзя доказать, что вероятности орла и решки равны 1/2. Мы сами назначаем эти вероятности, опираясь на симметричность монеты.

Пример 8. Назначим вероятность события «при броске игральной кости выпадет шестёрка».

Результат обсуждения. Как уже было сказано ранее, правильная игральная кость имеет одинаковые шансы упасть на каждую грань. Граней всего шесть, шансы выпадения каждой грани равны, поэтому вероятность каждой грани разумно считать равной $\frac{1}{6}$.

Иногда вероятности событий можно рассчитать математически, а иногда приходится приближенно узнавать их из экспериментов.

Повторяя случайный опыт много раз, мы можем увидеть, сколько раз интересующее нас событие происходит, а сколько раз – не происходит. На основе этих данных можно вычислить частоту случайного события – отношение числа тех опытов, в которых событие произошло, к общему числу проведенных опытов.

5.Закрепление изученного материала

Цель: закрепить знания по теме «Случайные события и их вероятность», научить применять теоретические знания при решении задач.

Пример 9. Случайный опыт заключается в том, что стрелок в тире стреляет по мишени, пока не попадет. Опыт провели 10 раз. Результаты серии опытов представлены в таблице.

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
С какого выстрела попал в цель	3	2	5	3	10	7	1	6	4	3

Найдите частоту события:

- Стрелок попал в мишень с третьего раза;
- Для поражения мишени стрелку понадобилось не более трех выстрелов;
- Стрелок попал в мишень с восьмого раза.

Результат обсуждения. а) Судя по таблице, событие «Стрелок попал в мишень с третьего раза» наступило трижды. Частота этого события равна $\frac{3}{10} = 0,3$. б) 0,5; в) 0.

Пример 10. По мишени при одинаковых условиях произведено шесть серий выстрелов. Результаты представлены в таблице:

Номер серии	1	2	3	4	5	6
Число выстрелов в серии	5	10	12	50	100	200
Число попаданий	2	6	7	27	49	102

Найдите частоту события «выстрел попал в цель» в каждой серии выстрелов.

Результат обсуждения. Результаты удобно занести в таблицу.

Номер серии	1	2	3	4	5	6
Число выстрелов в серии	5	10	12	50	100	200
Число попаданий	2	6	7	27	49	102

Частота попадания	$\frac{2}{5} = 0,4$	$\frac{6}{10} = 0,6$	$\frac{7}{12} \approx 0,58$	$\frac{27}{50} = 0,54$	$\frac{49}{100} = 0,49$	$\frac{102}{200} = 0,51$
-------------------	---------------------	----------------------	-----------------------------	------------------------	-------------------------	--------------------------

Вывод: чем больше выстрелов в серии, тем меньшей изменчивости подвержены частоты.

Люди давно заметили, что если число опытов невелико, то частота события может существенно отличаться от одной серии к другой. Если же число опытов в сериях велико, то частоты событий становятся устойчивыми. Если количество опытов увеличивается, то частота события приближается к его вероятности.

Это наблюдение позже мы сформулируем и докажем как математическую теорему: закон больших чисел. Этот закон является всеобщим законом природы (как, например, закон всемирного тяготения). Он позволяет предсказывать частоты наступления событий по их вероятностям.

Выводы. О случайном событии чаще всего нельзя сказать заранее, произойдёт оно или нет. Но можно говорить о том, насколько оно правдоподобно. Правдоподобие события измеряют с помощью вероятностей. Вероятность события выражается числом от 0 до 1. Чем больше шансов у события, тем выше его вероятность.

Не существует единого и универсального способа определить вероятности событий.

1. Иногда вероятности элементарных событий назначают из соображений симметрии (пример: вероятности орла и решки при бросании монеты).
2. Иногда вероятности можно найти приближенно с помощью многократных экспериментов (пример: вероятности поломки телевизора определенной модели в течение гарантийного срока).
3. Иногда вероятности элементарных событий удается вычислить, исходя из известных вероятностей событий в более простом эксперименте (например, можно найти, что при бросании двух монет вероятность выпадения двух орлов равна 0,25, если при бросании одной монеты орёл выпадает с вероятностью 0,5).
4. Иногда вероятности событий не удается назначить никак. Такие события в рамках теории вероятностей не рассматриваются (пример: вероятность того, что в 2050 году будет найдена новая форма жизни).

Если в некотором опыте наблюдается событие A , и этот опыт повторяется много раз, то частота события A постепенно приближается к вероятности события A .

6. Рефлексия учебной деятельности

Цели: - зафиксировать новое содержание урока;
- организовать рефлекссию и самооценку учениками собственной учебной деятельности.

Сегодня мы научились решать задачи на нахождение вероятности, познакомились с понятием случайного события. Случайное событие нельзя предугадать, но можно найти его вероятность.

7. Домашнее задание:

Цель: отработка знаний, полученных на уроке.

1. В соревнованиях по биатлону участвует 15 человек. Во время эстафеты каждый сделал на первой огневой точке по пять выстрелов. Результаты стрельбы представлены в таблице (0 – промах, 1 – попадание).

Номер спортсмена	1	2	3	4	5
Результаты стрельбы	00011	10011	11101	01110	10101
Номер спортсмена	6	7	8	9	10
Результаты стрельбы	10100	01101	10110	01111	01000

Номер спортсмена	11	12	13	14	15
Результаты стрельбы	01010	00110	11110	11001	00010

Найдите частоту события:

- «стрелок не попал с первого раза»;
- «стрелок промахнулся ровно два раза»;
- «стрелок промахнулся не менее двух раз»;
- «стрелок ни разу не промахнулся»;
- «стрелок сделал пять выстрелов».

2. Игральная кость для настольной игры имеет форму икосаэдра – правильного выпуклого многогранника с двадцатью гранями (см. рисунок). Исходя из симметрии кости, назначьте вероятность события:

- «при броске кости выпало 15 очков»;
- «при броске кости выпало чётное число очков».



Ответы:

- а) $\frac{8}{15}$; б) $\frac{6}{15} = 0,4$; в) $1 - \frac{3}{15} = 0,8$; г) 0; д) 1.
- а) 0,05; б) 0,5.

Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе

Роль маловероятных и практически достоверных событий в природе и в обществе

Цель урока — формирование представлений у учащихся о роли практически достоверных и маловероятных событий в теории вероятностей, природе и обществе. У учащихся должно сложиться представление о том, когда маловероятные события уместно считать невозможными, а когда — нет, а также о том, когда следует полагаться на события, которые в жизни считаются достоверными.

Повторение. Вопросы 1 – 5 из учебника (с. 78)



Вопросы

- Что такое частота случайного события? Как частота связана с вероятностью?
- Какие значения может принимать вероятность случайного события?
- Какие события называют достоверными? Чему равна вероятность достоверных событий?
- Какие события называют невозможными? Чему равна вероятность невозможного события?
- Приведите примеры невозможных и достоверных случайных событий.

Вводная беседа учителя. Если в случайном эксперименте случайное событие никогда не наступает (его шансы равны нулю), то вероятность этого события полагают равной нулю и событие называют **невозможным**.

Если же событие наступает всегда, его вероятность полагают равной единице, и такое случайное событие называют **достоверным**.

Например, при бросании игрального кубика событие «выпало 7 очков» невозможное, а событие «выпало от 1 до 6 очков» — достоверное.

Новый материал. В природе, в повседневной жизни, чаще приходится говорить о крайне маловероятных и практически достоверных событиях. Например, события «1 мая в школе будут уроки», «в феврале выпадет синий снег» или «в наш город прилетят инопланетяне» **крайне маловероятны**. Однако невозможными они не являются, поскольку можно вообразить обстоятельства и условия, при которых они произойдут (Обсуждение).

При этом к крайне маловероятным событиям мы относимся как к невозможным. И если такое событие все же происходит, оно вызывает удивление или недоверие. Какое именно событие считается крайне маловероятным, сказать нельзя, если для этого не выбрано решающее правило. Например, можно договориться, что в определённом опыте события с вероятностью менее 0,01 будем считать маловероятными и не будем рассчитывать на их наступление. Во всех языках существуют устойчивые фразеологизмы, которыми люди пользуются, когда говорят о практически невозможных событиях.

Например, о практически невозможном мы говорим, что оно случится, «когда рак на горе свистнет»,

«на турецкую пасху»,

«когда петух яйцо снесёт» и т.п. Также встречаются пословицы и поговорки, предупреждающие об опасности недооценки маловероятных событий

«раз в жизни стреляет незаряженное ружьё» и о том, что чрезмерные опасения также вредны

«волков бояться — в лес не ходить».

Пример 1. Предложите учащимся вспомнить другие пословицы на эту тему. Прежде чем пренебрегать маловероятным событием, надо подумать, насколько серьезными будут последствия, если оно всё же случится. Вероятность попасть под машину, перебегая через улицу, невысока, но последствия настолько серьёзны, что относиться к такому событию как к невозможному не следует. Если риск невелик, то событием с вероятностью 0,01 или меньше можно пренебречь. Если же речь идет о здоровье или

жизни людей, то принимают специальные меры для того, чтобы опасные события имели очень низкую вероятность. Например, чтобы тормоза автомобиля не вышли из строя, нужно регулярно проверять исправность автомобиля и своевременно производить техническое обслуживание. Только тогда можно рассматривать отказ тормозов как событие с пренебрежимо малой вероятностью.

Вывод. В повседневной жизни маловероятные события считают практически невозможными. Люди следуют правилу: в однократном опыте крайне маловероятное событие не происходит. Чем более опасны и трагичны последствия неприятных событий, тем менее вероятными их следует сделать. Границу, определяющую, какое событие можно считать практически невозможным, а какое — нет, найти математически нельзя. **Решающие правила принимаются на основе опыта, традиций, с учётом значимости возможных последствий. К сожалению, из-за своего легкомыслия люди часто недооценивают вероятность несчастья и ничего не предпринимают, чтобы уменьшить эту вероятность или хотя бы не дать ей вырасти.**

Пример 2. Вероятность столкновения «Титаника» с айсбергом в ночь с 14 на 15 апреля 1912 года была крайне мала. Тут речь идёт даже не об одном, а о целой цепочке маловероятных событий, которые привели к самой знаменитой катастрофе XX века. По разным причинам только пять из семи ледовых предупреждений от различных судов дошли до капитана Эдварда Смита. Стоит также сказать, что за 20 лет, предшествовавших крушению «Титаника», было только несколько случаев столкновения судов с айсбергами, и все они обошлись без жертв. Не удивительно, что капитан Смит не придавал большое значение предупреждениям — вероятность того, что айсберг нанесет серьезные повреждения гигантскому кораблю, казалась пренебрежимо малой. Капитан не снизил скорость. В апреле 1912 года в северной Атлантике установилось рекордное за 50 лет скопление дрейфующих льдов — айсберги достигли судоходных путей на месяц раньше обычного. Это произошло вследствие стечения ряда обстоятельств: совпадение направлений ветра и Лабрадорского течения; высокие приливы, вызванные рекордным приближением Луны к Земле (в январе 1912 г. расстояние до Луны достигло минимальной величины за последние 1400 лет). Неожиданным и маловероятным событием оказалось отсутствие биноклей у впередсмотрящих судна. На своевременность обнаружения опасности повлияло и то, что на пути «Титаника» оказался «чёрный» айсберг — айсберг, который перевернулся вверх подводной стороной, которая намного темнее надводной. Когда наблюдатели всё же увидели айсберг прямо по курсу (тоже маловероятно), они сообщили об этом первому помощнику капитана Уильяму Мёрдоку. Опытный мореплаватель плохо оценил ситуацию и отдал губительные команды «лево на борт» и «стоп машина». «Титаник» медленно отклонялся влево, подставляя айсбергу правый борт. Возможно, продолжая двигаться по прямой, «Титаник» получил бы повреждения, но остался бы на плаву, как это случилось с пароходом «Ниагара» несколькими днями раньше. Если бы каждое из этих отдельных маловероятных событий не случилось, то в апрельской Атлантике не погибли бы 1496 челове



Кадр из фильма К.Маршалла «Титаник»

После катастрофы была принята «Международная конвенция по охране человеческой жизни на море», содержащая инструкции, направленные на снижение вероятности крушения судов и гибели людей в случае, если крушение произойдёт. В 1912 г. суда ВМС США начали следить за дрейфующими льдами, а в уже 1914 г. 14 стран учредили Международный ледовый патруль, задачей которого является мониторинг ледовой обстановки.

Вывод. На горьком опыте люди учатся снижать вероятность катастроф. В автомобилях работают две независимые тормозные системы. В больницах устанавливают запасные генераторы, чтобы аппараты жизнеобеспечения работали даже в случае отключения электричества. В самолётах все важные системы продублированы. Предложите школьникам вспомнить ещё примеры систем или правил, направленных на предотвращение аварий и катастроф.

Пример 3. Известно, что риск пострадать в авиакатастрофе (это событие крайне маловероятно) гораздо ниже, чем попасть в автомобильную аварию. Тем не менее, после авиакатастроф под действием эмоций многие опасаются летать, но спокойно отправляются в путешествие на автомобиле.

Вывод: Маловероятные события и их роль широко обсуждается и анализируется в современной литературе по психологии, социологии, экономике и другим областям. Психолог Даниэль Канеман в известной книге «Думай медленно... решай быстро» подметил: «**Крайне маловероятные события либо игнорируются, либо переоцениваются**».

Пример 4. В инструкциях к лекарственным препаратам содержатся данные о побочных действиях лекарства, полученные в результате статистических исследований. Будем считать, что побочный эффект маловероятен, если его вероятность менее 0,001. Прочтите инструкцию к лекарству и, руководствуясь выбранным правилом, определите, какие из побочных эффектов при приеме лекарства маловероятны.

Инструкция: «При применении препарата могут наблюдаться и нежелательные реакции, указанные ниже:

Со стороны нервной системы: часто – головная боль; нечасто – мигрень, головокружение; редко – дистония.

Нарушения психики: нечасто – депрессивное настроение; редко – нарушения сна; частота неизвестна – изменение настроения.

Со стороны органов зрения: редко – ухудшение зрения; частота неизвестна – непереносимость контактных линз.

Со стороны органов слуха и лабиринтные нарушения: редко – шум в ушах.

Со стороны сердечно сосудистой системы: нечасто – повышение или понижение артериального давления; редко – тахикардия; очень редко – тромбофлебит.

Со стороны дыхательной системы: редко – бронхиальная астма. Со стороны ЖКТ: часто – расстройство пищеварения; нечасто – рвота; редко – гастрит.

Со стороны кожи и подкожных тканей: нечасто – сыпь; редко – экзема; частота неизвестна – крапивница.

Для определения частоты возникновения нежелательных реакций препарата применяют следующую классификацию: очень часто (вероятность не менее 0,1), часто (от 0,01 до 0,1), нечасто (от 0,001 до 0,01), редко (от 0,001 до 0,0001), очень редко (менее 0,0001)».

Вывод. Прежде чем начать поиск маловероятных побочных действий, обсудите с учащимися выбранное решающее правило.

-Что означает порог 0,001? (Что на тысячу пациентов из наблюдаемой группы симптом наблюдался в среднем у одного пациента).

-Это много или мало? (Стоит ли опасаться при приеме препарата подобного негативного эффекта?)

В согласии с выбранным правилом маловероятными побочными эффектами можно считать те, которые происходят «редко» и «очень редко»

В процессе обсуждения разумно обсудить следующее.

1. Если у человека нет склонности к этим заболеваниям, то их можно не опасаться, и врач вряд ли назначит дополнительную профилактику.
2. Зато врач может назначить профилактику частых побочных действий — расстройства пищеварения или головной боли.
3. Напротив, если склонность к какому-то заболеванию есть (например, к тахикардии), то врач и пациент должны еще раз взвесить все риски и подумать о другом лекарстве

Если существуют практически невозможные события, то должны быть практически достоверные. Например, маловероятно, что будет осложнение в виде ухудшения зрения. **Если авиакатастрофа есть событие маловероятное, то благополучный полёт — практически достоверное событие.** Практически достоверные события двойственны маловероятным: если какое-то событие практически достоверно, то его отрицание (противоположное событие) — маловероятно. В повседневной жизни практически достоверные события считают достоверными. Люди следуют правилу: в однократном опыте практически достоверное событие происходит. Так же, как и к маловероятным событиям, к практически достоверным надо относиться с осторожностью

Маловероятные и очень вероятные события в жизни людей.

Невозможным событием называется событие, которое **не может произойти** в результате эксперимента.

Достоверным событием называется событие, которое **непрерывно должно** произойти в результате эксперимента.

Если событие **A** невозможно, то событие **НЕ A** – достоверное, и наоборот.

	Событие A	Событие НЕ A
В теории	Невозможное Пример: в эксперименте с бросанием одной игральной кости событие «Выпало 7 очков» – невозможное	Достоверное Пример: в эксперименте с бросанием одной игральной кости событие «Не выпало 7 очков» – достоверное
В жизни	Маловероятное Пример: в жизни событие «Отпущенный мячик не упадет вниз» – маловероятное ↓ К очень маловероятным событиям следует относиться как к невозможным в однократном эксперименте	Очень вероятное Пример: в жизни событие «Отпущенный мячик упадет вниз» – очень вероятное ↓ К очень вероятным событиям следует относиться как к достоверным в однократном эксперименте

9:00

Домашняя работа:

1. Обсудить вопросы 1-3



Вопросы

1. Падение сосульки с крыши на голову пешехода – событие маловероятное. Что нужно делать для того, чтобы эту вероятность еще уменьшить?

2. В каких случаях не следует доверяться правилу «в однократном опыте маловероятное событие не происходит»?

3. Приведите несколько примеров маловероятных событий.

2. Выполнить упражнения 1-3



Упражнения

1. Укажите, какие из перечисленных событий, по вашему мнению, являются достоверными, а какие — невозможными:

а) монета, брошенная на гладкую жесткую поверхность, встала на ребро;

б) на игральном кубике кости выпало 7 очков;

в) на игральном кубике выпало от одного до шести очков;

г) номер открытой страницы в книге — дробное число;

д) номер открытой страницы в книге не меньше 1;

е) 1 января в школе не будет уроков.

2. Являются ли достоверными события:

а) на игральной кости выпало четное число очков;

б) на игральной кости выпало целое число очков?

3. Какова, по вашему мнению, вероятность события:

а) завтра на улице вам встретится Баба-Яга;

б) число дней в следующем месяце не превысит 31;

в) в вашей ванне поселится красный крокодил в синюю полоску;

г) на морозе вода в стакане через некоторое время замерзнет;

д) сборная вашего класса выиграет в футбол у «Спартака».

Монета и игральная кость в теории вероятностей.

Тема: Случайные события. Вероятности и частоты. Монета и игральная кость в теории вероятностей.

Цель: способствовать развитию умений приводить примеры случайных событий; пониманию, что вероятность — числовая мера правдоподобия события, что вероятность — число, заключённое в пределах от 0 до 1; верному пониманию фразы вида «вероятность события равна 0,3»; создать условия для формирования представлений о частоте события, что при увеличении числа опытов частота приближается к вероятности, о математической монете и правильной игральной кости; содействовать развитию логического мышления.

1. Проблематизация, актуализация, мотивация.

Цель: обеспечение активной опоры на ранее усвоенные понятия, усиление работы по развитию рефлексии тождества и различия знаний о случайных величинах и случайных событиях; выявление и раскрытие потребностей, обусловивших актуальность и необходимость изучения данной темы; формирование диалектического отношения к событию.

О каких величинах мы говорили на прошлом уроке?

Приведите примеры случайных величин и объясните, почему они являются случайными?

Как вы считаете, а события могут быть случайными?

Какую цель тогда поставим перед собой?

Какие задачи должны для этого решить?

Как будем решать каждую задачу?

2.Первичное ознакомление.

Цель: акцентирование внимания учащихся на введение новых понятий, постоянная опора на личный опыт учащихся по введению новых понятий, усиление работы по развитию рефлексии тождества и различия знаний; раскрытие роли человека в логике развития науки; раскрытие практической, социальной значимости изучаемой темы, формирование диалектического отношения к событию.

Учащиеся индивидуально знакомятся с п. 20, 21.

Затем в парах «Учитель – ученик» объясняют друг другу прочитанный материал.

3.Отработка и закрепление.

(Групповая работа с учебником.)

Цель: осуществление основных мыслительных операций, активное овладение новыми понятиями, постоянная опора на личный опыт учащихся по введению новых понятий; расширение круга представлений о характеристиках реальной действительности в которых используются знания по данной теме.

Учащиеся в группах готовят ответы на ? (стр. 76; 78).

Фронтальное обсуждение ответов.

4.Обобщение, систематизация, применение.

Цель: осуществление основных мыслительных операций, активное овладение новыми понятиями, постоянная опора на личный опыт учащихся по введению новых понятий; расширение круга представлений о характеристиках реальной действительности в которых используются знания по данной теме.

Стр. 79 упр. 1, 2.

5.Обратная связь.

Цель: выявить уровень сформированной готовности к системному раскрытию понятий, к изучению следующей темы; развитие способности учащихся отстаивать свою позицию.

Моя оценка?

Что я знаю?

Что я умею?

Что я должен узнать?

Какую тему для этого надо повторить?

Какими умениями я должен овладеть?

Какие задачи для этого надо решить?

6.Повторение.

- 1) Средний возраст 11 игроков футбольного клуба «Динамо», вышедших на игру, составил 26 лет. После замены одного из игроков средний возраст уменьшился и стал равен 25. На сколько лет игрок, вышедший на замену, младше игрока, ушедшего с поля?
- 2) Средний рост в 9 «А» классе составляет 156см, а медиана – 154см. Какое из следующих утверждений справедливо?
 - В классе обязательно есть ученик с ростом 156см.
 - В классе обязательно есть ученик с ростом 154см.
 - В классе обязательно есть ученик с ростом менее 154см.
 - В классе обязательно есть ученик с ростом более 156см.

3) При каких значениях a в числовом наборе 1, 2, 3, 4, a

- Медиана будет равна 3?
- Среднее арифметическое будет равно 3?
- Среднее арифметическое будет совпадать с медианой?

4) Три девятых класса писали итоговую контрольную работу по математике. После выставления оценок были посчитаны числовые характеристики полученных числовых наборов и занесены в таблицу.

Класс	Среднее	Мода	Медиана	Размах
9 «А»	4,2	4	4	3
9 «Б»	4	4	4	2
9 «В»	3,8	3	4	2

Очевидно, что полностью восстановить числовые наборы по этим данным невозможно. А можно ли определить, в каких классах были «2», а в каких не было?

Практическая работа «Частота выпадения орла»

Частота и вероятность событий

Экспериментальное определение частоты

Практическая работа № 2

«Определение частоты выпадения орла при подбрасывании монеты»

1 этап.

Приготовьте монету. Чтобы определить, как часто при бросании монеты выпадает орел, будем подбрасывать монету и фиксировать число выпадений орла. Если выпал орел – ставьте черточку в первой строке, если решка – во второй строке. Бросьте монету 100 раз и заполните таблицу 1 (воспользуйтесь символом †††).

Таблица 1

Сторона монеты	Выпало	Количество выпадений	Частота
Орел			
Решка			
	Всего:	100	

2 этап.

а) Заполните последний столбец таблицы 1, определив частоту выпадения орла по формуле (все числа округлите до сотых):

$$\boxed{\text{частота} = \frac{\text{количество выпадений орла}}{\text{общее количество бросков}}}$$

В данном эксперименте знаменатель во всех вычислениях равен 100 – общему числу бросков, а в числитель подставьте числа, полученные в опыте.

б) Предположите, какая теоретически должна быть частота выпадения орла при бросании монеты?

Почему?

в) Сравните свои экспериментально полученные результаты с предполагаемым: _____

г) Как можно найти частоту появления решки в данном эксперименте? (Укажите два способа!)

3 этап.

Обсудим результаты работы всего класса.

а) Сколько пар учащихся получили в результате частоту ровно 0,5? _____

б) Сколько пар учащихся получили частоту большую 0,5? _____

в) Сколько пар учащихся получили частоту меньшую 0,5? _____

г) Сравните число ответов на два предыдущих вопроса б) и в) _____

д) Объясните результат, полученный в пункте г) _____

4 этап.

Обобщим полученные результаты.

Каждый ученик в паре бросил монету лишь 100 раз. Если мы объединим результаты бросков всего класса, то получим во много раз большее число опытов (в классе 6 пар и они сделали 600 бросков).

Поочередно сообщая свои результаты, заполните таблицу 2 (кроме последнего столбца). Найдите и впишите в ячейку последнего столбца общее количество выпавших орлов, сложив числа, названные отдельными парами.

Найдите общее число бросков и найдите частоту выпадения орла при общем числе бросков.

Таблица 2

Сторона монеты	Результаты, полученные разными учениками													Всего в классе
	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11	№12	№13	
Орел														
Решка														
Всего бросков	100	100	100	100	100	100	100					
Частота выпадения орла														

В целом по классу частота выпадения орла получилась равной _____

а) Зависит ли полученный результат от длины серии эксперимента (количества бросков)? _____

Стал ли «общий» результат ближе к 0,5, по сравнению с результатами отдельных учащихся?

б) Предположите, сколько раз мы можем ожидать выпадение орла, если сделать 10000 бросков монеты? _____ А если сделать 24 000 бросков? _____ При 4040 бросках монеты? _____

в) Познакомьтесь с результатами опытов Керриха, Пирсона и Бюффона.

Вывод.

Экспериментальный способ определения вероятности основан на наблюдениях. И при многократных повторениях опыта частоты случайных событий оказываются близки к их вероятностям. Поэтому если опыт можно повторять достаточно много раз, то вероятность случайного события можно приближенно найти, вычисляя его частоту. Пусть n – общее число всех равновозможных несовместных исходов испытания, m – число исходов, благоприятных событию A ,

$P(A)$ – вероятность события A .

Какую формулу можно написать для вероятности события A ?

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Описательная статистика.

Цели урока:

Образовательные:

- Актуализировать, обобщать и расширить имеющихся у учащихся знания по данной теме.
- Формировать умения использовать представления и анализа данных с использованием статистических характеристик средних величин.
- Вызвать устойчивый интерес к изучаемой теме, мотивировать учащихся к учебной деятельности.
- Формировать практические навыки вычисления.
- Побудить учащихся к активной работе на уроке и дома при выполнении домашнего задания.

Развивающие:

- Способствовать развитию мыслительных операций, умений саморегулируемого обучения (умения работы в коллективе, умения самооценки, умения анализировать свои ошибки, делать выводы и планировать работу по их ликвидации, умения осуществлять взаимный контроль деятельности и взаимообучение);
- Развивать абстрактное мышление, вариативность мышления.

Воспитательные:

- Содействовать в ходе урока воспитанию культуры поведения в коллективе, взаимоуважения, ответственности.
- Воспитывать упорство в достижении цели;
- Обогащать представления учащихся при изучении статистики о современной картине мира и методах его исследования, сформировать понимание роли статистики как источника социально значимой информации.

Задачи урока:

- систематизирование знаний и умений по теме «Описательная статистика: среднее арифметическое, медиана, размах, наибольшее и наименьшее значения»
- ввести понятия квартили, квантили;
- формирование интеллекта в сфере абстрактного мышления и статистического мышления;
- формирование представлений об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;
- воспитание отношения к математике как к части общечеловеческой культуры.

Планируемые результаты

Предметные УУД:

- использовать для описания данных статистические характеристики: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, квартили;
- решать задачи по описательной статистике;
- интерпретировать результат.

Личностные УУД:

- активно участвовать в решении практических задач математической направленности, осознавать важность математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развивать необходимые умения; осознанно выбирать и строить индивидуальную траекторию образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей.
- формировать интерес к предмету, необходимость приобретения новых знаний, умения сопоставлять свои знания со знаниями одноклассников, оценивать их.

Познавательные УУД:

- формирование представления о математической науке как сфере человеческой деятельности

Регулятивные УУД:

- умение определять и формулировать цель урока с помощью учителя; ставить задачи, необходимые для ее достижения.

Коммуникативные УУД:

- давать обоснования с помощью математической речи;
- слушать и следить за логикой рассуждений; обосновывать свою точку зрения, отвечать на вопросы.

Оборудование: мультимедийная установка.

Тип урока: комбинированный (урок повторения, изучения и закрепления нового материала).

Средства урока: рабочий лист с заданиями, презентация, учебник.

Используемая литература:

- Алгебра. 7 класс: учеб, для общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, И. Е. Феоктистов. — 7-е изд., испр. и доп. — М. : Мнемозина, 2007. — 335 с. : ил. — ISBN 978-5-346-00839-2.
- Ерина, Т.М. Поурочное планирование по алгебре. 7 класс: к учебнику Ю.Н. Макарычева и др. «Алгебра: 7 класс» / Т.М. Ерина. - 3-изд., стереотип. — М.: Издательство «Экзамен». 2011. 302, [2] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

План урока:

1. Организационный момент
2. Постановка цели урока.
3. Повторение пройденного материала.
4. Объяснение нового материала.
5. Закрепление пройденного.
6. Рефлексия.
7. Домашнее задание.

Ход урока

1. Организационный момент

Нацелить учащихся на урок.

2. Постановка цели урока.

- Повторить основные понятия описательной статистики: среднее арифметическое, медиана, мода, размах, наибольшее и наименьшее значения.
- ввести понятие среднего значения набора нескольких чисел с разным весом, научить вычислять среднее взвешенное значение.
- ввести понятие квартили, квантили, научить решать задачи на вычисление квартили.

3. Повторение пройденного материала.

В рамках обновленных ФГОС предмет «Вероятность и статистика» выделен в отдельный урок. На уроке алгебры мы уже познакомились с некоторыми понятиями описательной статистики.

1. Что такое статистика?

Статистика— наука, посвященная методам систематизации, обработки и использования большого количества числовых данных. Такие данные называются статистическими.

Описательная статистика - занимается обработкой данных, их систематизацией, наглядным представлением в форме графиков, таблиц, их количественным описанием посредством основных статистических показателей.

Основная задача главы «Описательная статистика» - познакомить учащихся с тем, как с помощью нескольких чисел можно составить представление о больших наборах величин, описать их.

2. Назовите статистические характеристики.

Ряд данных, полученных в результате статистического исследования, называют **выборкой**.

Каждое число этого ряда называют **вариантой** выборки.

Количество чисел в ряду называют **объёмом** выборки.

Если в выборке варианты расположены так, что каждая следующая не меньше предыдущей, то такую запись выборки называют **упорядоченным рядом данных (или вариационным рядом)**.

Количество появлений одной и той же варианты в выборке называют **частотой** этой варианты.

Размах

Разность наибольшей и наименьшей вариант выборки называют **размахом** ряда.

Мода

Варианта выборки, имеющая наибольшую частоту, называется **модой** выборки.

Мода- величина признака (варианта), которая встречается в ряду распределения с наибольшей частотой (весом).

Медиана

Если в упорядоченном ряду данных нечетное число вариант, то средняя по счету варианта называется **медианой**. Если в упорядоченном ряду данных чётное число вариант, то среднее арифметическое двух средних по счету вариант называется **медианой**.

Медиана- величина признака у единицы, находящейся в середине ранжированного (упорядоченного) ряда. Если ряд распределения представлен конкретными значениями признака, то медиана (Me) находится как срединное значение признака.

№1. Найдите наибольшее и наименьшее значение, размах, среднее значение, медиану и моду набора чисел:

а) 12, 7, 25, 3, 19, 15;

3, 7, 12, 15, 19, 25

б) 17, 19, 5, 41, 47, 13, 19.

Актуализация знаний учащихся:

1. Вспомнить правило вычисления среднего арифметического.

2. Решите:

1. Вычислите среднее арифметическое чисел 3,4,5,6,7,8

$$(3+4+5+6+7+8) : 6 = 5,5$$

2. Вычислите среднее арифметическое чисел 0,3,4,5,6,7,8

$$(0+3+4+5+6+7+8) : 7 = 4$$

3. Вычислите среднее арифметическое чисел 3,4,5,6,7,7

$$(3+4+5+6+7+7) : 6 = 5$$

4. Сравните полученные результаты.

№2. Первые 5 часов автомобиль ехал со скоростью 60км/ч, следующие 3 часа — со скоростью 100км/ч, а последние 4 часа — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение:

Средняя скорость, это отношение пройденного пути ко времени, за который пройден этот путь.

За первые 5 часов автомобиль проехал $5 \cdot 60 = 300$ км, за следующие три часа — $3 \cdot 100 = 300$ км и за последние 4 часа — $4 \cdot 75 = 300$ км. Весь путь составил $300 + 300 + 300 = 900$ км, а суммарное время движения — $5 + 3 + 4 = 12$ часов, откуда средняя скорость автомобиля на протяжении всего пути $900 / 12 = 75$ км/ч.

Ответ: 75.

4. Объяснение нового материала.

4.1. Наиболее распространенной формой статистических показателей, используемой в экономических исследованиях, являются средние показатели (**средняя величина**).

Средняя величина – представляет обобщенную количественную характеристику признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени.

Средняя арифметическая простая (**невзвешенная**) – вычисляется когда **каждый** вариант **совокупности** встречается **только один раз**.

ФОРМУЛЫ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

Средняя арифметическая **простая** – самый распространенный вид средней величины, рассчитывается по формуле :

$$\bar{x}_a = \frac{\sum x_i}{n}$$

-формула средней арифметической простой)

Где x_i – вариант, а n – количество единиц совокупности.

Взвешенное среднее

Взвешенное среднее используют тогда, когда некоторые значения интересующей нас переменной x более важны, чем другие. Мы присоединяем вес w_i к каждому из значений x_i в нашей выборке для того, чтобы учесть эту важность.

Если значения x_1, x_2, \dots, x_n имеют соответствующий вес w_1, w_2, \dots, w_n , то взвешенное арифметическое среднее выглядит следующим образом:

$$\frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + w_3 x_3 + \dots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

где x_i – вариант, а f_i – частота или статистический вес.

5.1. Закрепление нового материала.

№1. Найти среднее взвешенную отметку Дарьи Кочубей.

Тип задания	Дата выставления оценки	Оценка
Домашнее задание	5.09.22	5
Домашнее задание	9.09.22	5
Домашнее задание	16.09.22	5
Ответ на уроке	30.09.22	4
Ответ на уроке	30.09.22	5
Домашнее задание	3.10.22	5
Количество заданий: 6		Средняя оценка: 4,5

Решение:

1 способ $\frac{5 \cdot 10 \cdot 5 + 4 \cdot 50 \cdot 1}{10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 50} = \frac{250 + 200}{100} = \frac{450}{100} = 4,5.$

4.2. Объяснение нового материала.

Квартили — **числовые значения признака, которые делят упорядоченную по возрастанию совокупность на четыре равных части.** Раз квартили делят совокупность на четыре части, то квартилей бывает три варианта: первый (нижний), второй (средний), третий (верхний). Второй квартиль это и есть медиана.

Квантили- величины, разделяющие совокупность на определенное количество равных по численности элементов частей. Самый известный квантиль — медиана, делящая совокупность на две равные части. Кроме медианы часто используются квартили, делящие ранжированный ряд на 4 равные части, децили - 10 частей и перцентили - на 100 частей.

Квартили

Квартили – значения, которые делят упорядоченную выборку на четыре примерно равные части. В первую часть входят первые 25% наблюдений, во вторую часть входят следующие 25% наблюдений и так далее. Таким образом, первый квартиль отделяет первые 25% значений в вариационном ряду, второй квартиль – первые 50% значений в вариационном ряду, третий квартиль – первые 75% значений, и наконец, четвертый квартиль отделяет 100% значений, то есть все наблюдения в выборке.

Нетрудно заметить, что медиана – это второй квартиль, то есть значение, которое отделяет первую половину значений (0 – 50%) в упорядоченной выборке от второй половины значений (50 – 100%).

Квартили – это оценки квантилей распределения уровней 0.25, 0.5, 0.75 и 1 ($x_{0.25}$, $x_{0.5}$, $x_{0.75}$, x_1). Для описания выборок нам будут нужны квантили уровней 0.25 и 0.75, первый и третий квартиль или нижний и верхний квартиль. Обозначать их будем следующим образом:

$$Q_1 = x_{0.25}, \text{ нижний квартиль}$$

$$Q_3 = x_{0.75}, \text{ верхний квартиль}$$

Как находить нижний и верхний квартили? Просто: нижний квартиль – это медиана нижней половины выборки, а верхний квартиль – это медиана верхней половины выборки. А как находить медиану мы уже разобрали.

5. Закрепление нового материала.

Рассмотрим следующий пример.

Дана выборка из 9 наблюдений:

25 15 7 6 75 15 10 12 18

Запишем вариационный ряд:

6 7 10 12 15 15 18 25 75

Медиана выборки – значение 15

Тогда нижняя половина выборки выглядит следующим образом:

6 7 10 12 15

Находим медиану нижней половины выборки. Это число 10. Следовательно, $Q_1 = 10$.

Верхняя половина выборки выглядит следующим образом:

15 15 18 25 75

Находим медиану верхней половины выборки. Это число 18. $Q_3 = 18$.

С описанием выборок связано еще одно понятие – **межквартильный размах**. Будем обозначать его Δ , а определяется он следующим образом:

$$\Delta = Q_3 - Q_1$$

Так, в нашем примере, разобранным выше, $\Delta = 18 - 10 = 8$. Содержательно межквартильный размах – это одна из мер разброса значений в выборке. Но межквартильный размах очень важен и в техническом отношении – именно он используется для поиска нетипичных значений в выборке.

6. Рефлексия.

Подведем итог урока.

На листике записаны фразы (Приложение):

Активно участвовал

Было интересно

Узнал новое

Было понятно

Дети в листиках ставят знак у тех слов, которые им больше всего подходят по окончании урока, после сдают их учителю.

7. Домашнее задание.

Глава I, §2, п.4 №70, №71 + смотреть файл в NS.

На экране дети видят задание. Учитель комментирует каждое задание домашней работы.

70. Результаты статистического исследования были записаны в виде таблицы частот, но одна из вариантов была утрачена.

Варианта	8	11	
Частота	4	6	4

Восстановите пропущенное в таблице число, если известно, что среднее арифметическое выборки равно 10. Каковы объём, мода, размах и медиана этой выборки?

71. Проверка скорости чтения семиклассников (количество слов в минуту) дала результаты, занесённые в таблицу частот (скорость чтения ученика округлялась до десятков).

Скорость чтения	100	110	120	130	140
Число учащихся	3	6	7	5	4

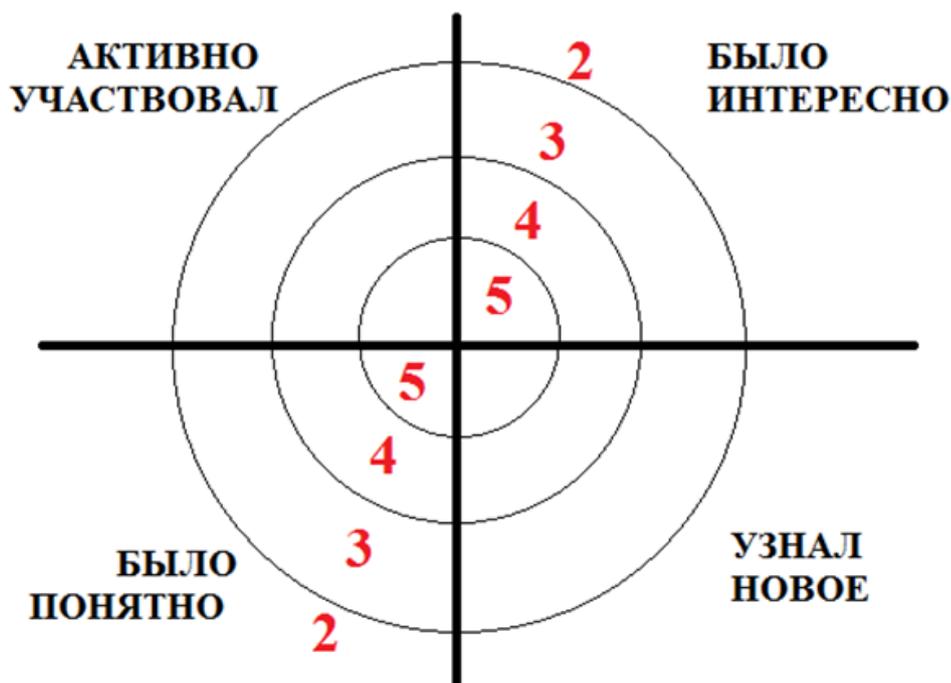
По таблице найдите: а) число учащихся в классе; б) типичную для учащихся класса скорость чтения; в) величину разброса

результатов; г) среднюю скорость чтения. Какие статистические характеристики использовались для ответа на вопросы?

Задание №3 (файл в NS).

Пример 3.7. По имеющимся данным о сбыте продукции (в тыс. руб.) в различных фирмах города определить: средний объём сбыта, моду, медиану, квартили.

87, 75, 66, 60, 87, 67, 66, 69, 89, 74, 90, 78, 99, 86, 76, 95, 69, 68, 87, 63.



Итоговая контрольная работа

Вероятность случайного события.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

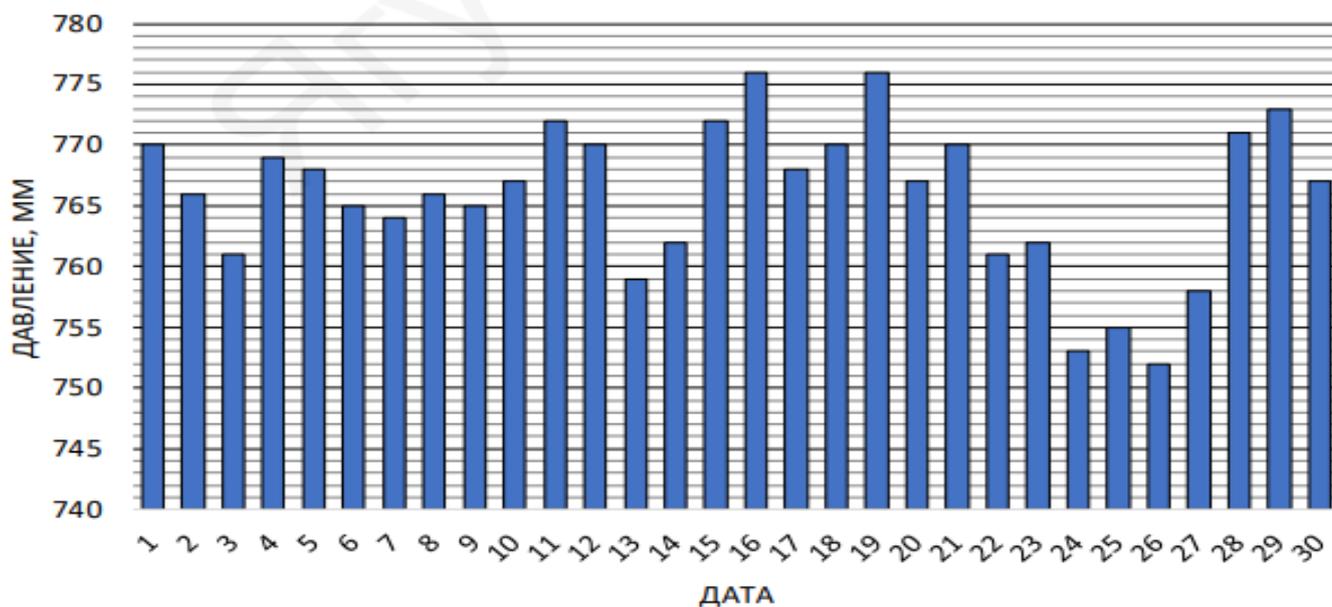
Все вычисления выполняются в тетради столбиком

1. Рассмотрите ряд чисел: 24, 23, 31, 27, 24, 25, 26, 32, 24.

Найдите моду, размах, медиану и среднее арифметическое данного ряда.

2. На диаграмме представлены данные об атмосферном давлении за ноябрь 2018 года в Санкт-Петербурге. Определите по диаграмме размах данных и моду.

Атмосферное давление. Санкт-Петербург, ноябрь 2018



3. В таблице представлены данные о контрольном измерении партии яиц первой категории (от 65 до 74,9г). Определите средний вес яйца первой категории.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Масса, г	74,8	66,0	65,3	68,1	70,0	66,2	65,7	73,1	67,0	69,2

4. Спортсмен сделал 40 выстрелов и попал в мишень 32 раза. Определите относительную частоту попаданий.

5. В некоторой школе за неделю на 300 учащихся пришлось 40 опозданий. Случайным образом выбрали одного ученика. Какова вероятность того, что у него не было опозданий?

Итоговая контрольная работа по курсу «Вероятность и статистика»

ВАРИАНТ 1

1. Максим выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 11.
2. У бабушки 10 чашек: 6 с красными цветами, остальные – с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.
3. Вычислите:
1) $\frac{3P_{12}-P_{11}}{7P_{10}}$; 2) $\frac{A_5^2}{C_6^3}$.
4. В школе семь учителей математики и шесть учителей информатики. Нужно создать экзаменационную комиссию из двух учителей информатики и четырёх учителей математики. Сколькими способами это можно сделать?
5. Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало нечетное число очков?
6. Одновременно бросают три симметричные монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?
7. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 5 спортсменов из Аргентины, 10 спортсменов из Бразилии, 6 спортсменов из Парагвая и 7 – из Уругвая. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Уругвая.
8. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
9. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 25 до 39 делится на 5?
10. Вероятность того, что на тесте по истории обучающийся верно решит больше 10 задач, равна 0,61. Вероятность того, что он решит больше 9 задач, равна 0,69. Найдите вероятность того, что ученик верно решит ровно 10 задач.

Итоговая контрольная работа по курсу «Вероятность и статистика»

ВАРИАНТ 2

1. На экзамене 50 билетов, Коля не выучил 9 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.
2. На блюде 35 пирожков: 9 с мясом, 12 с яйцом и 14 с рыбой. Катя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с рыбой.
3. Вычислите:

$$1) \frac{6P_{11} - P_{10}}{13P_9}; \quad 2) \frac{C_7^4}{A_6^3}.$$

4. В библиотеке читателю предложили на выбор из новых поступлений 10 книг и 4 журнала. Сколькими способами он может выбрать из них 3 книги и 2 журнала?
5. Саша наудачу выбирает двузначное число. Найдите вероятность того, что оно оканчивается на 6.
6. Одновременно бросают три симметричные монеты. Какова вероятность того, что выпадут три орла?
7. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.
8. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,95. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,83. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
9. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 42 до 66 делится на 6?
10. Вероятность того, что на тесте по биологии обучающийся верно решит больше 9 задач, равна 0,64. Вероятность того, что он решит больше 8 задач, равна 0,7. Найдите вероятность того, что ученик верно решит ровно 9 задач.

ОТВЕТЫ
ВАРИАНТ 1

1. 0,09
2. 0,4
3. 1) 55 ; 2) 1.
4. 525
5. 0,5
6. 0,375
7. 0,25
8. 0,09
9. 0,2
10. 0,08

ВАРИАНТ 2

1. 0,82
2. 0,4
3. 1) 50 ; 2) $\frac{7}{24}$
4. 720
5. 0,1
6. 0,125
7. 0,08
8. 0,12
9. 0,2
10. 0,06

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ:

«2» - менее 5 заданий

«3» - 5-6 заданий

«4» - 7-8 заданий

«5» - 9-10 заданий